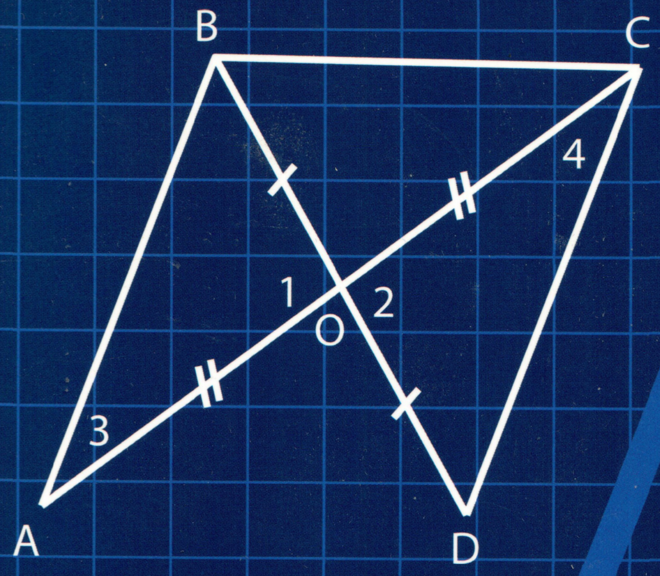
ISBN 978-5-222-30118-0

ФЕНИКС

phoenix_book



БОЛЬШАЯ ПЕРЕМЕНА

Э.Н. БАЛАЯН

ГЕОМЕТРИЯ

ЗАДАЧИ НА ГОТОВЫХ ЧЕРТЕЖАХ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ОГЭ И ЕГЭ

7 КЛАСС

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

Большая перемена

Э. Н. Балаян

ГЕОМЕТРИЯ

Задачи на готовых чертежах для подготовки к ОГЭ и ЕГЭ

(базовый уровень)

7 класс

Ростов-на-Дону
Феникс
2018

УДК 373.167.1:514
ББК 22.14я72
КТК 444
Б20

Балаян Э. Н.

Б20 Геометрия : задачи на готовых чертежах для подготовки к ОГЭ и ЕГЭ (базовый уровень) : 7 класс / Э. Н. Балаян. — Ростов н/Д : Феникс, 2018. — 51 с. : ил. — (Большая перемена).

ISBN 978-5-222-30118-0

Предлагаемое вниманию читателя пособие содержит задачи и упражнения базового уровня по всем основным темам программы геометрии для 7 класса, скомпонованных в 14 таблицах на готовых чертежах.

Эти упражнения дают возможность учителю в течение минимума времени проработать и повторить с учащимися значительно больший объем материала, тем самым наращивать темп работы на уроках.

Кроме того, приводятся краткие теоретические сведения по курсу геометрии 7 класса, сопровождаемые определениями, теоремами, основными свойствами. К наиболее трудным задачам приведены решения и указания.

Пособие адресовано учителям математики, репетиторам, студентам — будущим учителям, учащимся общеобразовательных школ, лицеев, колледжей, а также выпускникам для эффективной подготовки к ОГЭ и ЕГЭ.

ISBN 978-5-222-30118-0

УДК 373.167.1:514
ББК 22.14я72

Предисловие

На начальном этапе изучения геометрии основную трудность для учащихся представляет выполнение чертежа. Кроме того, на его выполнение расходуется много времени.

Предлагаемое вниманию читателя пособие ставит целью устранить этот пробел с помощью готовых чертежей.

На уроках геометрии очень часто каждое высказывание и ответ на вопрос должны, как правило, сопровождаться демонстрацией чертежа, причем чертеж и данные из условия задачи должны находиться перед глазами учащихся в процессе решения задачи. Когда учащиеся наглядно видят условие, то легче решают задачи. По этой причине упражнения на готовых чертежах оказывают неоценимую помощь в усвоении и закреплении новых понятий и теорем, дают возможность в течение минимума времени усвоить и повторить значительно больший объем материала, тем самым наращивать темп работы на уроках.

Кроме того, эти упражнения способствуют активизации мыслительной деятельности учащихся, обучают умению грамотно рассуждать, находить в них общее и делать различия, сопоставлять и противопоставлять, делать правильные выводы.

В пособии на всех чертежах равные углы и отрезки отмечены одинаковыми знаками, прямые углы — квадратиками, это дает возможность учащимся значительно быстрее ориентироваться в условиях задачи. Учитель может по своему усмотрению заранее подготовить их на доске или плакатах и отводить на решение по 10–15 минут в начале каждого урока.

При выполнении упражнений происходит активная мыслительная деятельность учащихся, что в свою очередь приводит к эффективному непроизвольному запоминанию определений, свойств и признаков изучаемых фигур. Определения, свойства и признаки рассматриваемых фигур периодически повторяются в процессе выполнения разнообразных упражнений, что приводит в итоге к продуктивному запоминанию. Большое значение имеет и то, что учащиеся с бóльшим удовольствием предпочитают выполнять эти упражнения, чем отвечать на теоретические вопросы.

Наконец, предлагаемые упражнения быстро готовят учащихся к запоминанию и самостоятельному решению таких задач, для которых эти упражнения являются элементами.

Предлагаемая методика проведения уроков с использованием упражнений на готовых чертежах, несомненно, способствует повышению творческой активности учащихся, развитию логического мышления, является эффективным средством усвоения и закрепления теоретического материала.

Пособие представляет собой комплект упражнений по геометрии для учащихся 7 класса, составленных в виде таблиц. Все задания соответствуют ныне действующей программе по геометрии (планиметрии). Пособие может быть использовано учителями, работающими по учебнику Л. С. Атанасяна «Геометрия, 7–9» и другим книгам.

В пособии 14 таблиц для 7 класса. В каждой таблице количество задач различно. Как правило, они составлены в порядке возрастающей трудности, что позволяет учителю проводить работу дифференцированно. К наиболее трудным задачам приведены подробные решения с пояснениями, а к остальным — указания и ответы, что дает возможность проверить правильность решения.

Отметим, что предлагаемые упражнения не ставят целью заменить систему задач из вышеуказанных пособий, а являются лишь дополнением к ней. Они дают возможность учителю сэкономить значительную часть времени на изучение соответствующих тем и способствуют усилению практической направленности преподавания геометрии.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Планиметрия

1. Углы

Углом называется геометрическая фигура (рис. 1), образованная двумя лучами, исходящими из одной точки.

Точка O — вершина угла, а лучи OA и OB — стороны угла.

Обозначение: $\angle AOB$ или $\angle ab$.

Угол в $90°$ называется **прямым** (рис. 2).

Угол, меньший прямого, называется **острым** (рис. 3).

Угол, больший прямого, но меньший развернутого, называется **тупым** (рис. 4).

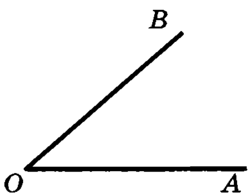


Рис. 1

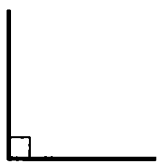


Рис. 2

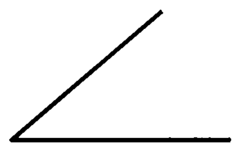


Рис. 3

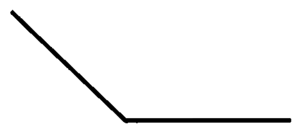


Рис. 4

Два угла называются **вертикальными**, если стороны одного угла являются продолжениями сторон другого (рис. 5).

$\angle AOC$ и $\angle DOB$; $\angle BOC$ и $\angle AOD$ — вертикальные.

Вертикальные углы равны: $\angle AOC = \angle DOB$ и $\angle BOC = \angle AOD$.

Два угла называются **смежными**, если у них одна сторона общая, а две другие составляют прямую линию (рис. 6), $\angle AOC$ и $\angle BOC$ — смежные.

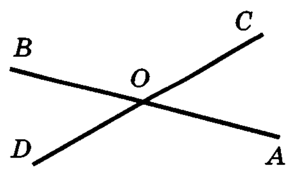


Рис. 5

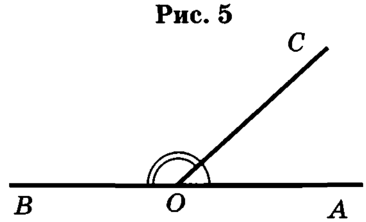


Рис. 6

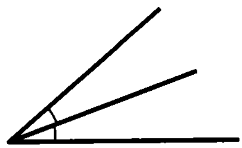


Рис. 7

Сумма смежных углов равна 180°.

Биссектрисой угла называется луч, проходящий между сторонами угла и делящий его пополам (рис. 7).

Биссектрисы вертикальных углов составляют продолжение друг друга (рис. 8).

Биссектрисы смежных углов взаимно перпендикулярны (рис. 9).

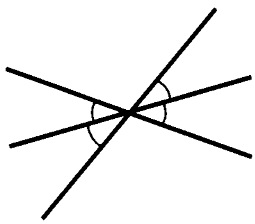


Рис. 8

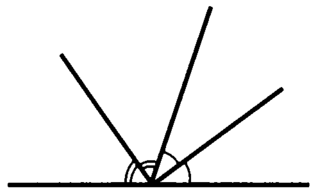


Рис. 9

При пересечении двух прямых a и b третьей c (секущей) образуется 8 углов (рис. 10):

соответственные углы:
$\angle 1$ и $\angle 5$, $\angle 2$ и $\angle 6$, $\angle 4$ и $\angle 8$, $\angle 3$ и $\angle 7$;
внутренние накрест лежащие:
$\angle 4$ и $\angle 6$, $\angle 3$ и $\angle 5$;
внешние накрест лежащие:
$\angle 1$ и $\angle 7$, $\angle 2$ и $\angle 8$;
внутренние односторонние:
$\angle 4$ и $\angle 5$, $\angle 3$ и $\angle 6$;
внешние односторонние:
$\angle 1$ и $\angle 8$, $\angle 2$ и $\angle 7$.

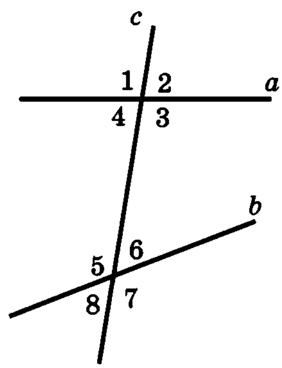


Рис. 10

2. Многоугольник

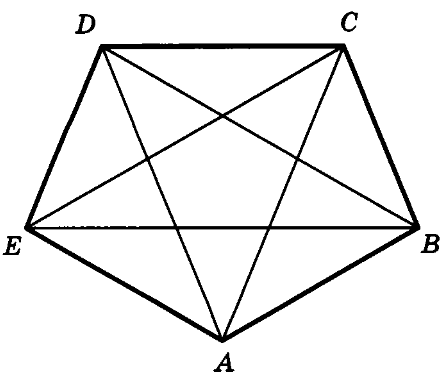


Рис. 11

$ABCDE$ — пятиугольник (рис. 11).

Точки A, B, C, D, E — вершины многоугольника; $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$, $\angle E$ — углы; AB, BC, CD и т. д. — стороны; отрезки AC, AD, BE, BD, CE — диагонали; $P = AB + BC + \ldots + EA$ — периметр многоугольника.

Многоугольник называется **выпуклым** (см. рис. 11), если он целиком расположен по одну сторону от каждой прямой, проходящей через две его соседние вершины. В противном случае многоугольник называется **невыпуклым** (рис. 12).

Свойства

1. Сумма внутренних углов произвольного n-угольника равна $180° \cdot (n-2)$.

2. Сумма внешних углов выпуклого n-угольника, взятых по одному при каждой вершине, равна 360°.

3. В выпуклом n-угольнике из каждой вершины можно провести $(n-3)$ диагоналей, которые разбивают n-угольник на $(n-2)$ треугольников.

4. В выпуклом n-угольнике число диагоналей равно $\frac{1}{2}n(n-3)$.

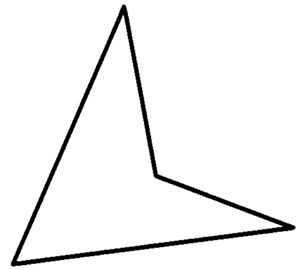


Рис. 12

3. Правильные многоугольники

Выпуклый многоугольник, у которого равны все углы и стороны, называется **правильным.**

Свойства

1. Каждый угол правильного n-угольника равен $\alpha_n = \dfrac{180°(n-2)}{n}$.

2. Около правильного n-угольника можно описать окружность, и притом только одну.

3. В правильный n-угольник можно вписать окружность, и притом только одну.

4. Окружность, вписанная в правильный n-угольник, касается всех сторон n-угольника в их серединах.

5. Центр окружности, описанной около правильного n-угольника, совпадает с центром окружности, вписанной в тот же n-угольник.

6. Длина стороны правильного n-угольника, вписанного в окружность радиуса R, равна $a = 2R\sin\dfrac{180°}{n}$.

7. Длина стороны правильного n-угольника, описанного около окружности радиуса r, равна $a = 2r\,\mathrm{tg}\dfrac{180°}{n}$.

4. Треугольник

Треугольником называется геометрическая фигура, состоящая из трех точек, не лежащих на одной прямой, и трех отрезков, последовательно соединяющих эти точки.

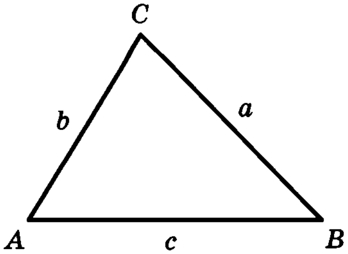


Рис. 13

Точки A, B, C — **вершины** ΔABC.

Отрезки AB, BC и AC — **стороны**, $\angle A$, $\angle B$ и $\angle C$ — **углы.** $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$.

Стороны треугольника часто обозначают малыми буквами (рис. 13):

$$AB = c,\ BC = a,\ AC = b.$$

$P = a + b + c$ — **периметр** треугольника.

Треугольник, у которого все углы острые, называется **остроугольным** (см. рис. 13).

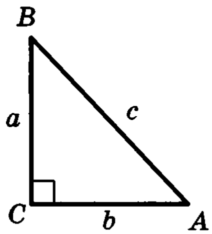


Рис. 14

Треугольник, у которого есть прямой угол, называется **прямоугольным** (рис. 14).

Стороны, образующие прямой угол, называются **катетами** (a и b), а сторона, лежащая против прямого угла, — **гипотенузой** (c).

Треугольник с тупым углом называется **тупоугольным** (рис. 15).

Треугольник, у которого две стороны равны, называется **равнобедренным** (рис. 16).

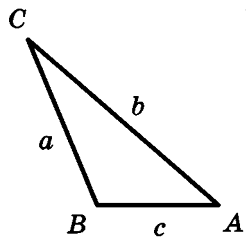


Рис. 15

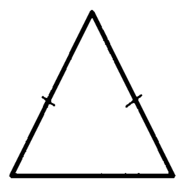


Рис. 16

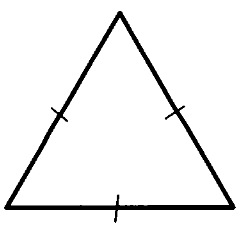


Рис. 17

Равные стороны называются **боковыми**, а третья сторона — **основанием** равнобедренного треугольника.

Треугольник, у которого все стороны равны, называется **равносторонним** (рис. 17).

Каждый угол равностороннего треугольника равен 60°.

Свойства равнобедренного треугольника

1. Углы при основании равны.

2. Биссектриса, проведенная к основанию, является одновременно медианой и высотой.

3. Высота, проведенная к основанию, является одновременно медианой и биссектрисой.

4. Медиана, проведенная к основанию, является одновременно высотой и биссектрисой.

Внешним углом треугольника называется угол, смежный с каким-нибудь углом этого треугольника (рис. 18).

$\angle CBD$ — внешний угол треугольника.

Внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним (см. рис. 18): $\angle CBD = \angle A + \angle C$.

Отрезок, соединяющий середины двух сторон, называется **средней линией** треугольника (рис. 19).

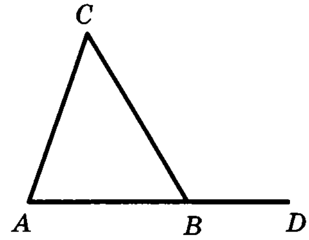


Рис. 18

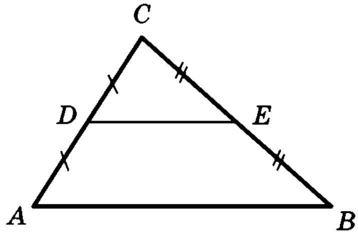


Рис. 19

5. Признаки равенства треугольников

I признак *(признак равенства по двум сторонам и углу между ними).*

Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны (рис. 20).

$AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$.

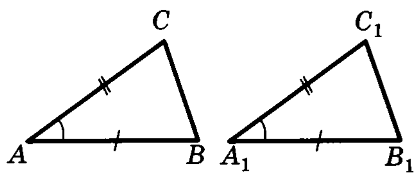


Рис. 20

II признак *(признак равенства по стороне и прилежащим к ней углам).*

Если сторона и два прилежащих угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны (рис. 21).

$AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$.

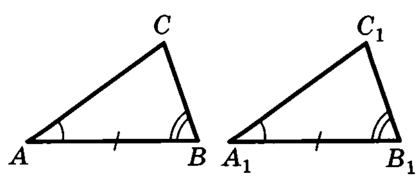


Рис. 21

III признак *(признак равенства по трем сторонам).*

Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны (рис. 22).

$AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $AC = A_1C_1$.

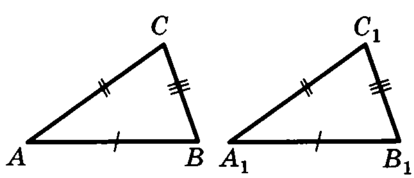


Рис. 22

6. Неравенства треугольника

Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон:

$$a < b + c,\ b < a + c,\ c < a + b.$$

7. Определение вида треугольника по его сторонам

Пусть c — наибольшая сторона, тогда:
а) если $c^2 < a^2 + b^2$, то треугольник остроугольный;
б) если $c^2 > a^2 + b^2$, то треугольник тупоугольный;
в) если $c^2 = a^2 + b^2$, то треугольник прямоугольный.

8. Прямоугольные треугольники (некоторые свойства)

1. Сумма острых углов равна 90° (рис. 23).

$$\angle A + \angle B = 90°.$$

2. Катет, лежащий против угла в 30°, равен половине гипотенузы (рис. 24).

$$a = \frac{1}{2}c.$$

3. Если катет равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета, равен 30° (рис. 24).

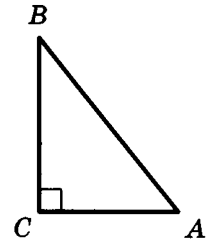


Рис. 23

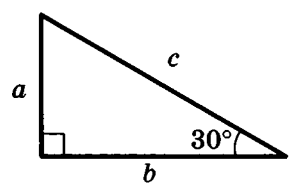


Рис. 24

9. Признаки равенства прямоугольных треугольников

1. **Если катеты** одного прямоугольного треугольника соответственно равны катетам другого, то такие треугольники равны (рис. 25).

$$AC = A_1C_1,\ BC = B_1C_1.$$

2. **Если катет и прилежащий к нему острый угол** одного прямоугольного треугольника соответственно равны катету и прилежащему к нему углу другого, то такие треугольники равны (рис. 26).

$$AC = A_1C_1,\ \angle A = \angle A_1.$$

3. **Если гипотенуза и острый угол** одного прямоугольного треугольника

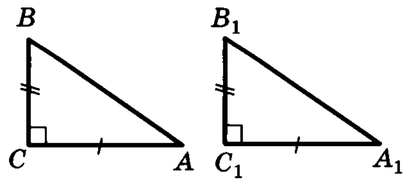


Рис. 25

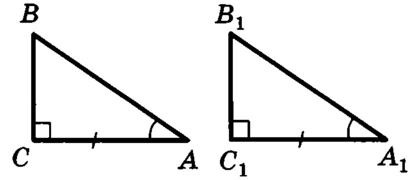


Рис. 26

соответственно равны гипотенузе и острому углу другого, то такие треугольники равны (рис. 27).

$AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$.

4. **Если гипотенуза и катет** одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и катету другого, то такие треугольники равны (рис. 28).

$AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$.

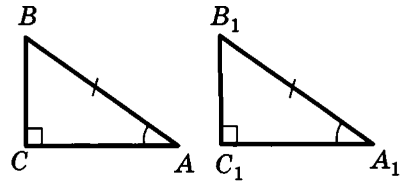


Рис. 27

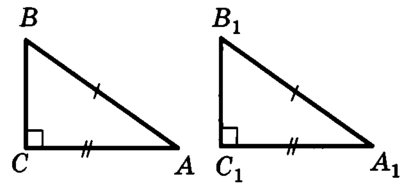


Рис. 28

10. Четыре замечательные точки треугольника

С каждым треугольником связаны 4 точки:

1) точка пересечения медиан;
2) точка пересечения биссектрис;
3) точка пересечения высот (или их продолжений);
4) точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам.

Эти четыре точки называются **замечательными точками треугольника.**

Высотой треугольника называется длина перпендикуляра, опущенного из любой его вершины на противолежащую сторону или ее продолжение.

В *тупоугольном треугольнике* (рис. 29) две высоты падают на продолжение сторон и лежат вне треугольника, а третья внутри.

В *остроугольном треугольнике* (рис. 30) все три высоты лежат внутри треугольника.

В *прямоугольном треугольнике* катеты одновременно служат и высотами (рис. 31).

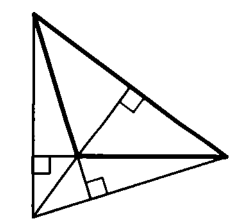


Рис. 29

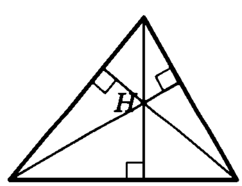


Рис. 30

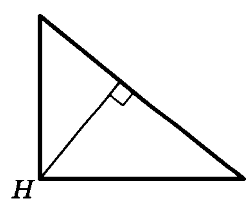


Рис. 31

Три высоты треугольника всегда пересекаются в одной точке, называемой **ортоцентром**. В тупоугольном треугольнике ортоцентр лежит вне треугольника. В прямоугольном треугольнике он совпадает с вершиной прямого угла.

Медианой треугольника называется отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны.

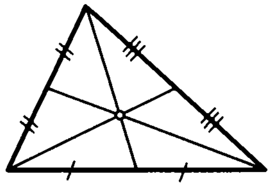


Рис. 32

Три медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая является **центром тяжести треугольника** (рис. 32).

Эта точка делит каждую медиану в отношении 2 : 1 (считая от соответствующей вершины).

Биссектрисой треугольника называется отрезок биссектрисы угла от вершины до пересечения с противолежащей стороной.

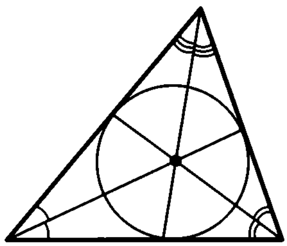


Рис. 33

Три биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке, которая является **центром вписанного круга** (рис. 33).

Три перпендикуляра к сторонам треугольника, проведенные через их середины (рис. 34, 35, 36), пересекаются в одной точке, которая является **центром описанной окружности.**

В тупоугольном треугольнике (рис. 34) эта точка лежит **вне** треугольника, в остроугольном (рис. 35) — **внутри**, в прямоугольном — **на середине** гипотенузы (рис. 36).

Ортоцентр, центр тяжести, центр вписанной и описанной окружностей совпадают друг с другом только в **равностороннем** треугольнике.

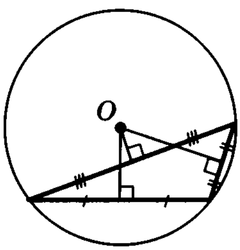


Рис. 34

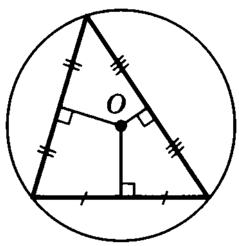


Рис. 35

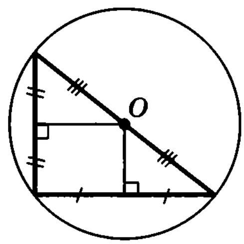


Рис. 36

11. Окружность

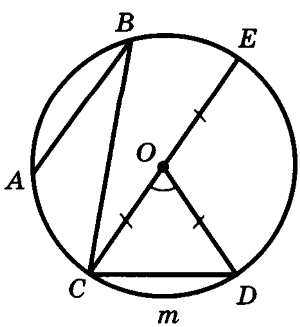


Рис. 37

Окружностью называется геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от одной ее точки (центра) (рис. 37).

Отрезок, соединяющий центр окружности с точкой на окружности, называется **радиусом.**

Обозначение: r или R.

На рисунке $OC = OE = OD = R$.

Часть окружности (например, CmD) называется **дугой.**

Отрезок, соединяющий две точки окружности, называется **хордой**, а хорда, проходящая через центр, — **диаметром.**

AB, BC, CD и CE — хорды окружности. CE — наибольшая из хорд — диаметр.

Обозначение: d или D.

$$D = 2R.$$

Часть плоскости, ограниченная окружностью, называется **кругом.**

Часть круга, ограниченная дугой (CmD) и стягивающей ее хордой (CD), называется **сегментом.**

Часть круга, ограниченная двумя радиусами и дугой, называется **сектором.**

Угол, образованный двумя радиусами, называется **центральным** ($\angle COD$ на рис. 37).

Угол, у которого вершина лежит на окружности, а стороны являются хордами, называется **вписанным** (например, $\angle ABC$).

12. Свойства касательных к окружности

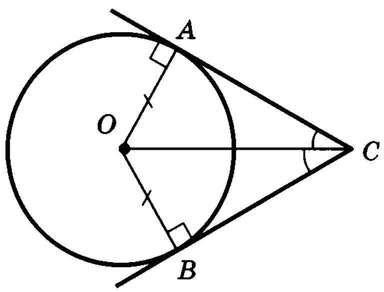


Рис. 38

Угол, образованный двумя касательными (CA и CB), исходящими из одной точки, называется **описанным** ($\angle ACB$ на рис. 38).

1. Радиус, проведенный в точку касания, перпендикулярен касательной.

2. Две касательные, проведенные к окружности из одной точки, равны, и центр окружности лежит на биссектрисе угла между ними.

13. Окружность и треугольник

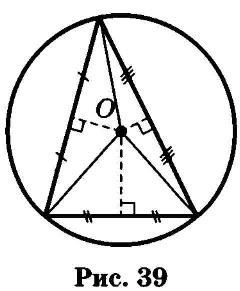


Рис. 39

1. Около всякого треугольника можно описать окружность; центром окружности является точка пересечения перпендикуляров, проведенных к сторонам через их середины (рис. 39).

2. Во всякий треугольник можно вписать окружность; центром окружности является точка пересечения биссектрис (рис. 40).

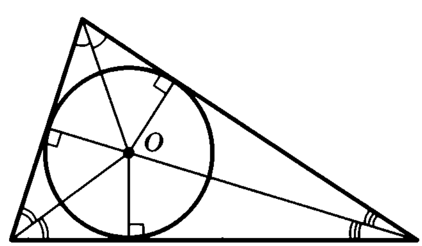


Рис. 40

Раздел II

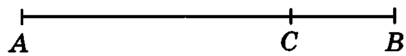
УПРАЖНЕНИЯ В ТАБЛИЦАХ

ИЗМЕРЕНИЕ ОТРЕЗКОВ

Таблица 1

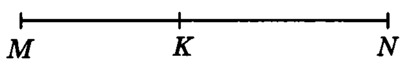
1

$AB = 14$
$AC - CB = 6$
AC, CB — ?



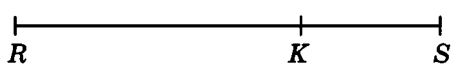
2

$MN = 21$
$KN - MK = 3$
MK, KN — ?



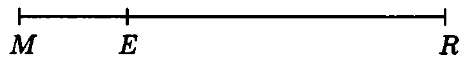
3

$RS = 24$
$RK = 2\ KS$
RK, KS — ?



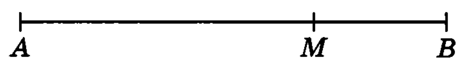
4

$MR = 24$
$ER = 3\ ME$
ME, ER — ?



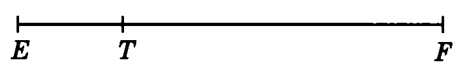
5

$AB = 16$
$AM - MB = 6$
AM, MB — ?



6

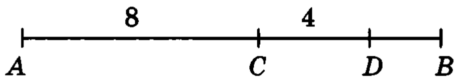
$EF = 32$
$TF - ET = 16$
TF, ET — ?



Окончание табл. 1

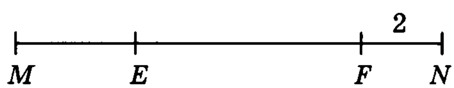
7

$AB = 15$
BD — ?



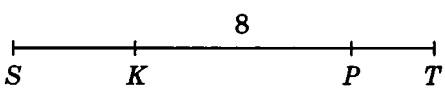
8

$MN = 9$, $EN = 6$
ME, EF — ?



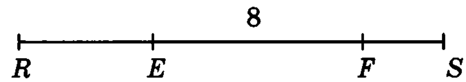
9

$SP = 14$, $KT = 12$
ST — ?



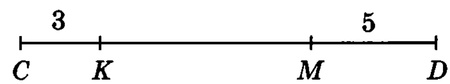
10

$RE + FS = 10$
$EF + FS = 12$
RS — ?



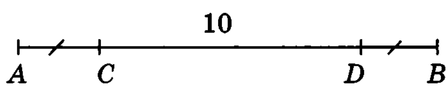
11

$CD = 16$
KM — ?



12

$AB = 16$
AD, CB — ?



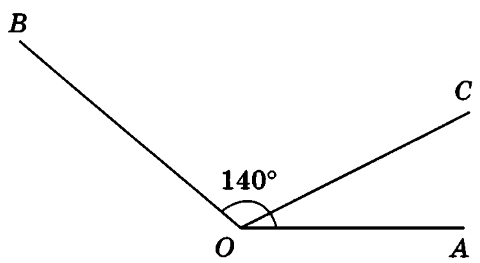
ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВ

Таблица 2

1

$\angle AOB = 5\angle AOC$

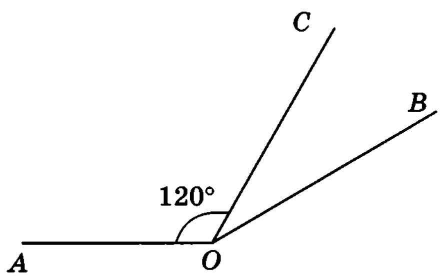
$\angle AOC$, $\angle BOC$ — ?



2

$\angle AOC = 4\angle BOC$

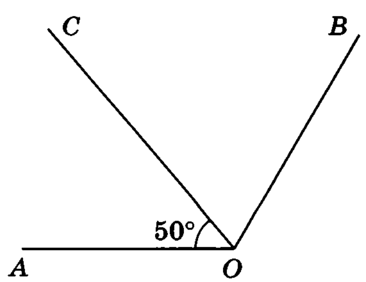
$\angle AOB$, $\angle BOC$ — ?



3

$\angle AOB = 120°$

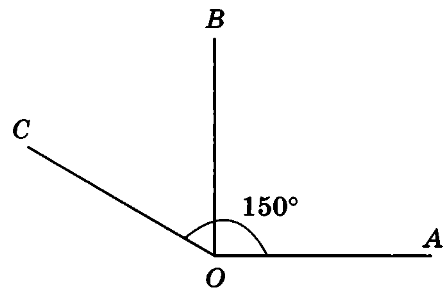
$\angle BOC$ — ?



4

$\angle AOB = 1{,}5\angle BOC$

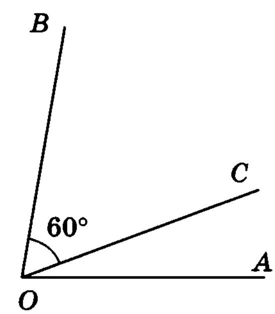
$\angle AOB$, $\angle BOC$ — ?



5

$\angle AOB = 4\angle AOC$

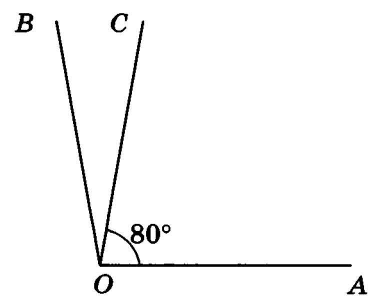
$\angle AOB$, $\angle AOC$ — ?



6

$\angle AOB = 5\angle BOC$

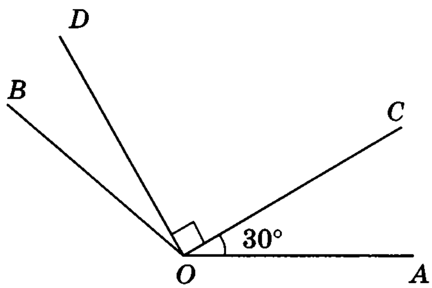
$\angle AOB$, $\angle BOC$ — ?



Продолжение табл. 2

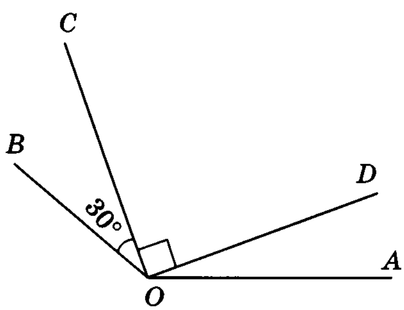
7

$\angle AOD = 6\angle BOD$
$\angle AOB,\ \angle BOD$ — ?



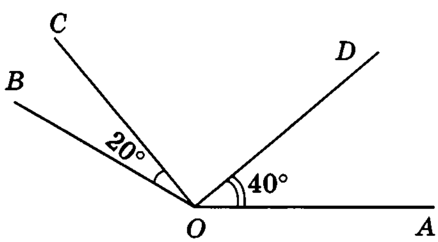
8

$\angle BOD = 6\angle AOD$
$\angle AOB,\ \angle AOD$ — ?



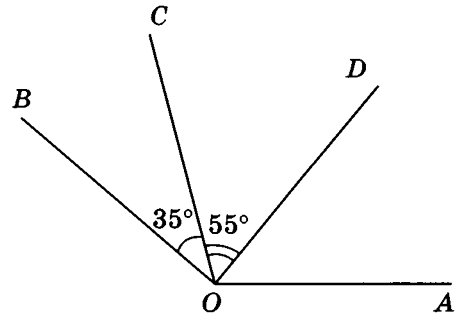
9

$\angle AOB = 150°$
$\angle COD,\ \angle BOD,\ \angle AOC$ — ?



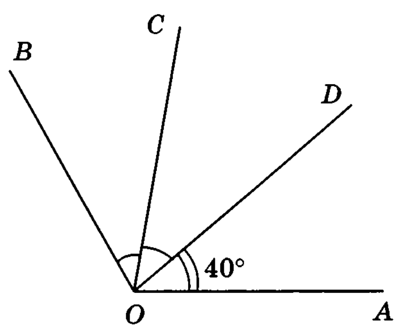
10

$\angle AOB = 140°$
$\angle AOD,\ \angle AOC$ — ?



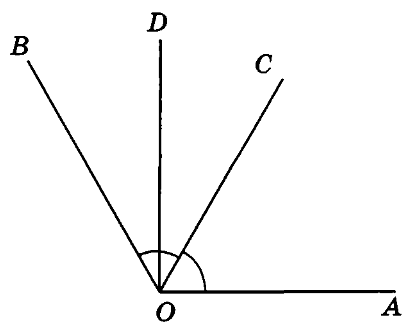
11

$\angle AOB = 120°$
$\angle BOD,\ \angle AOC,\ \angle BOC$ — ?



12

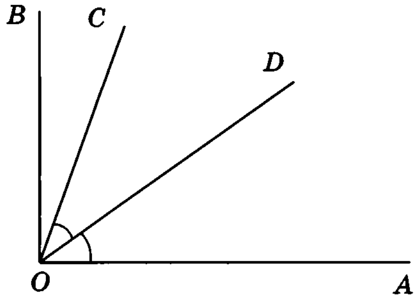
$\angle AOB = 120°$
$\angle AOD = 3\angle BOD$
$\angle BOD,\ \angle AOD$ — ?



Окончание табл. 2

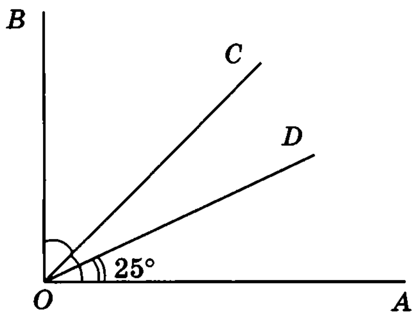
13

$\angle AOB = 90°$, $\angle BOD = 55°$
$\angle AOC$, $\angle AOD$, $\angle BOC$ — ?



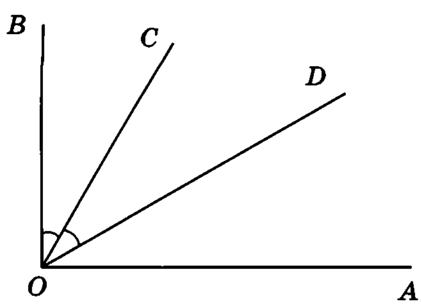
14

$\angle AOB = 90°$, $\angle AOD = 25°$
$\angle BOD$, $\angle COD$ — ?



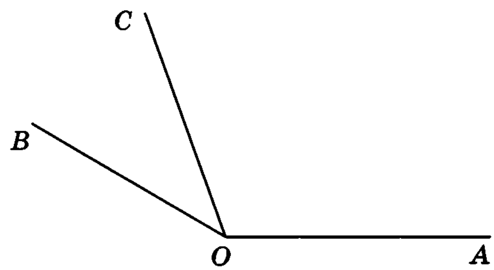
15

$\angle AOB = 90°$
$\angle BOD = 2\angle AOD$
$\angle COD$, $\angle AOD$ — ?



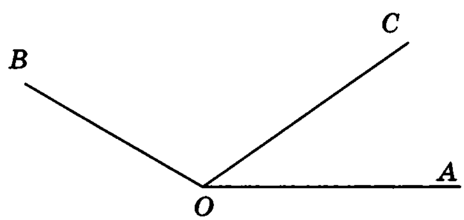
16

$\angle AOB = 150°$
$\angle AOC - \angle BOC = 70°$
$\angle AOC$, $\angle BOC$ — ?



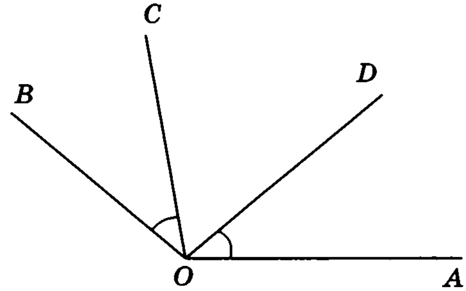
17

$\angle AOB = 150°$
$\angle BOC - \angle AOC = 80°$
$\angle BOC$, $\angle AOC$ — ?



18

$\angle AOB = 140°$, $\angle BOD = 100°$
$\angle AOD$, $\angle COD$ — ?

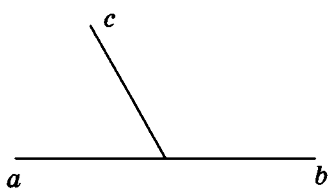


СМЕЖНЫЕ УГЛЫ

Таблица 3

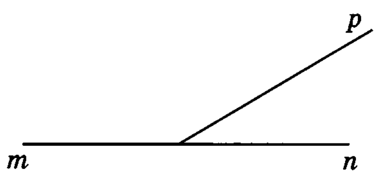
1

$\angle bc = 2\angle ac$
$\angle bc,\ \angle ac$ — ?



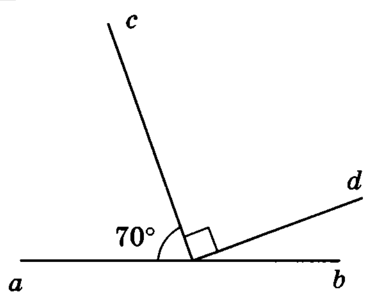
2

$\angle mp = 5\angle pn$
$\angle mp,\ \angle pn$ — ?



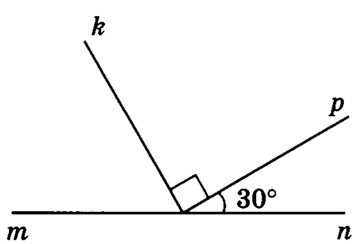
3

$\angle bd$ — ?



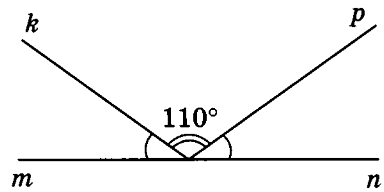
4

$\angle mk$ — ?



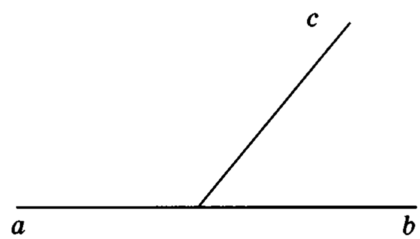
5

$\angle mk,\ \angle mp$ — ?



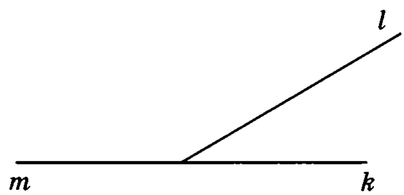
6

$\angle ac - \angle bc = 80°$
$\angle ac,\ \angle bc$ — ?



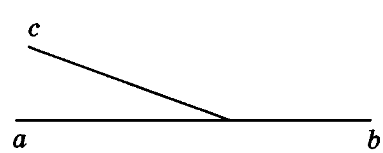
7

$\angle ml : \angle lk = 5 : 1$
$\angle ml,\ \angle lk$ — ?



8

$\angle ac : \angle bc = 1 : 8$
$\angle ac,\ \angle bc$ — ?

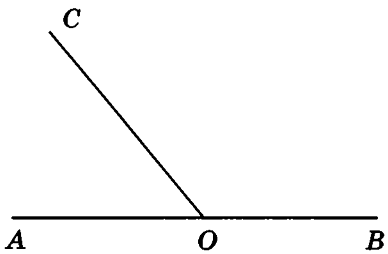


Окончание табл. 3

9

$\angle AOC : \angle BOC = 5 : 13$

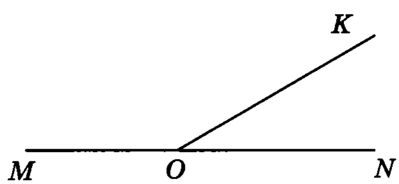
$\angle AOC$, $\angle BOC$ — ?



10

$\angle KON = 20\% \angle MOK$

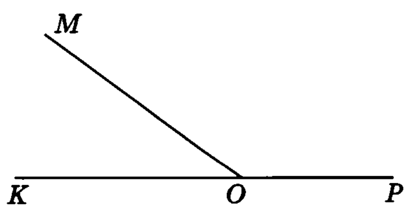
$\angle KON$, $\angle MOK$ — ?



11

$\angle MOK : \angle MOP = 1 : 4$

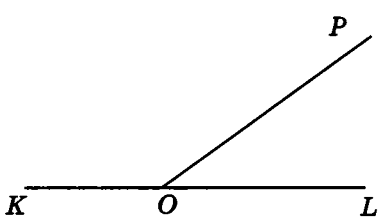
$\angle MOK$, $\angle MOP$ — ?



12

$\angle POL = 25\% \angle KOP$

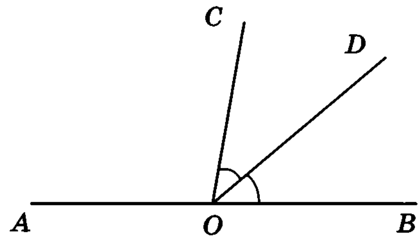
$\angle POL$, $\angle KOP$ — ?



13

$\angle AOC = \angle COD + 60°$

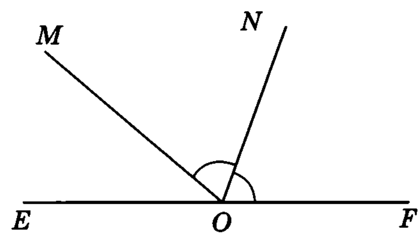
$\angle AOD$, $\angle COD$ — ?



14

$\angle MOE = \angle NOF - 30°$

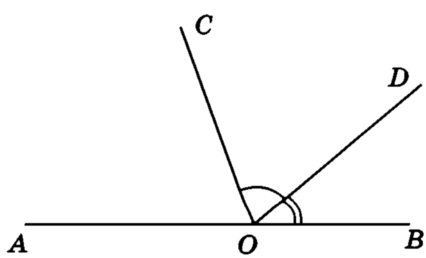
$\angle MOE$, $\angle NOF$ — ?



15

$\angle AOC : \angle BOD = 7 : 4$

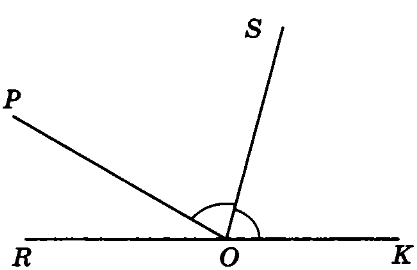
$\angle AOC$, $\angle BOD$ — ?



16

$\angle ROP : \angle SOK = 2 : 5$

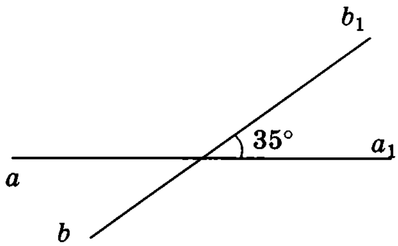
$\angle ROS$, $\angle SOK$ — ?



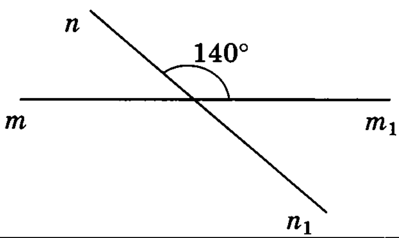
ВЕРТИКАЛЬНЫЕ УГЛЫ

Таблица 4

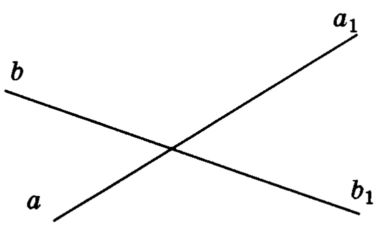
1 $\angle ab$, $\angle ab_1$, $\angle a_1b$ — ?



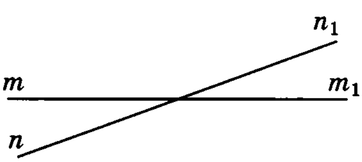
2 $\angle mn$, $\angle mn_1$, $\angle m_1n_1$ — ?



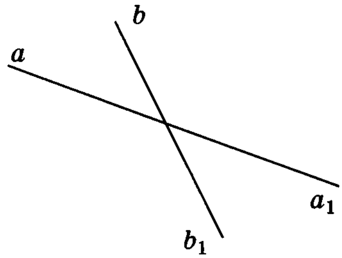
3 $\angle ab_1 - \angle ab = 80°$
$\angle ab_1$, $\angle ab$ — ?



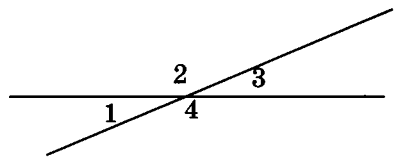
4 $\angle mn + \angle m_1n_1 = 40°$
$\angle mn$, $\angle mn_1$ — ?



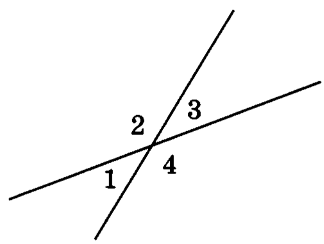
5 $\angle ab_1 + \angle a_1b = 270°$
$\angle ab$, $\angle a_1b$ — ?



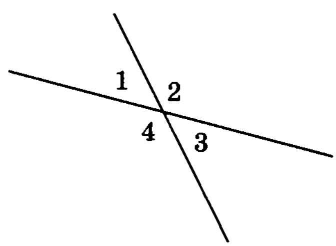
6 $\angle 2 - \angle 3 = 130°$
$\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$ — ?



7 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 220°$
$\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$ — ?



8 $\angle 1 + \angle 2 - \angle 3 = 130°$
$\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$ — ?

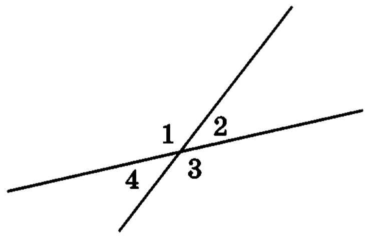


Окончание табл. 4

9

$\angle 1 - \angle 2 + \angle 3 = 240°$

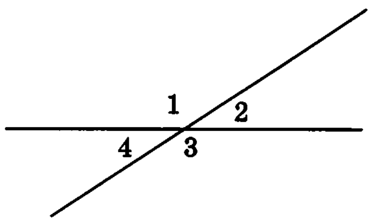
$\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ — ?



10

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 - \angle 4 = 290°$

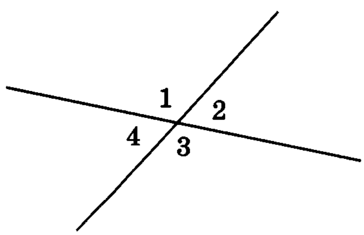
$\angle 1, \angle 2$ — ?



11

$\angle 1 + \angle 2 - \angle 3 + \angle 4 = 120°$

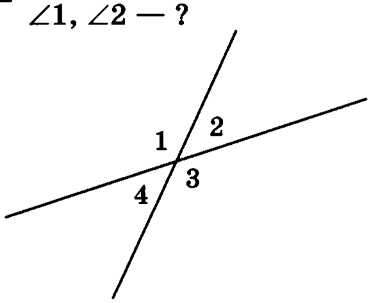
$\angle 1, \angle 2$ — ?



12

$\angle 1 - \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 260°$

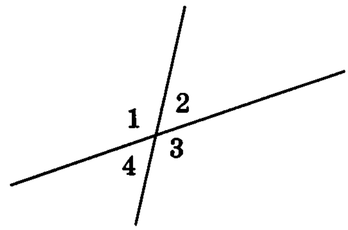
$\angle 1, \angle 2$ — ?



13

$\angle 1 = \angle 2 + \angle 4$

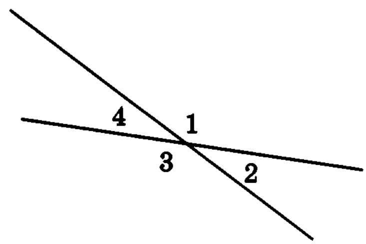
$\angle 1, \angle 2$ — ?



14

$\angle 1 = 5\angle 2$

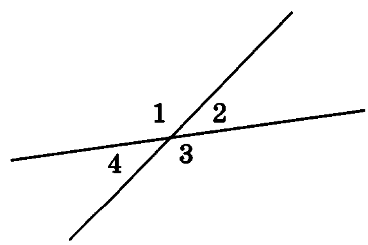
$\angle 1, \angle 2$ — ?



15

$\angle 1 : \angle 2 = 7 : 2$

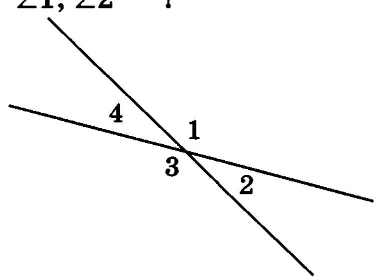
$\angle 1, \angle 2$ — ?



16

$\angle 2 = 20\% \angle 1$

$\angle 1, \angle 2$ — ?

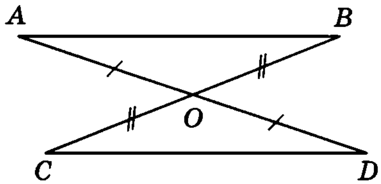


ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

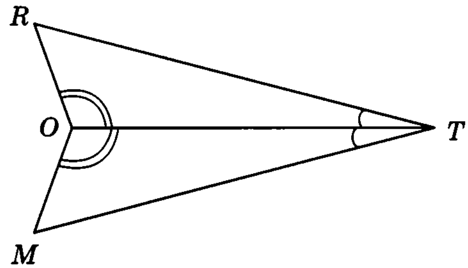
Таблица 5

Найдите пары равных треугольников и докажите их равенство.

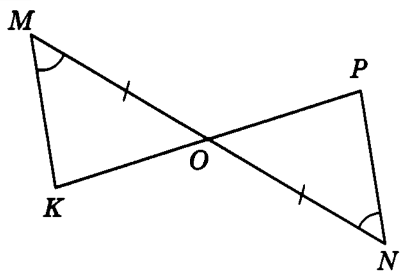
1



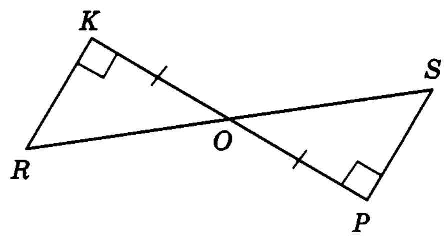
5



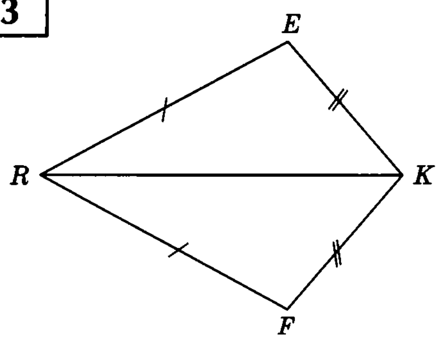
2



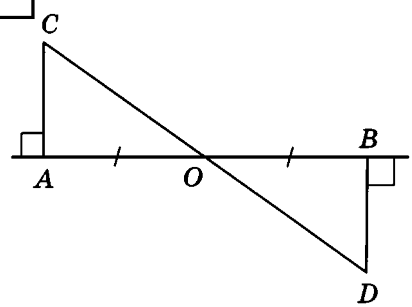
6



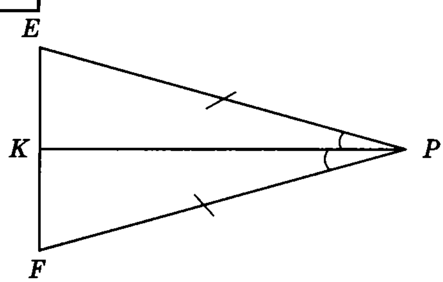
3



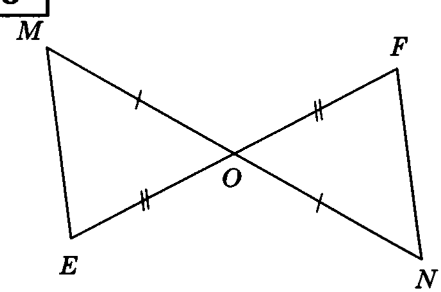
7



4

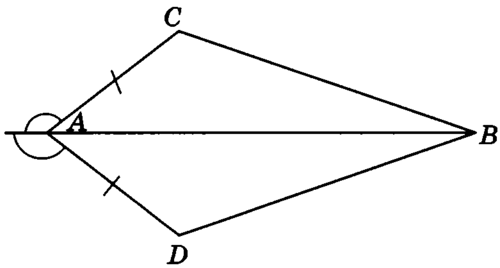


8

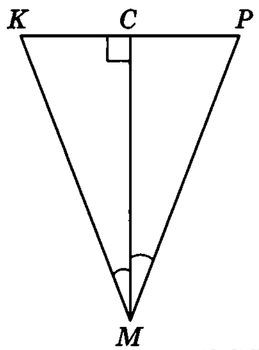


Продолжение табл. 5

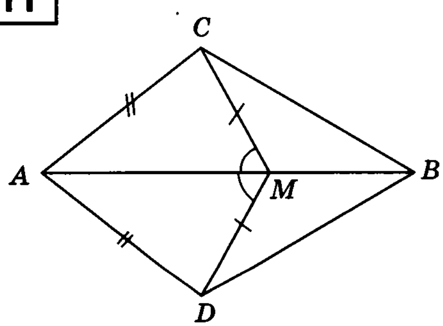
9



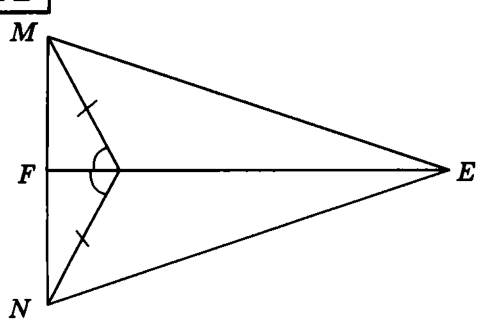
10



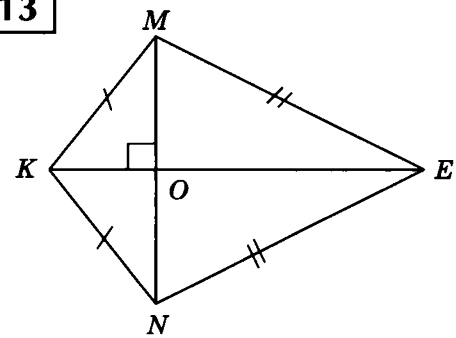
11



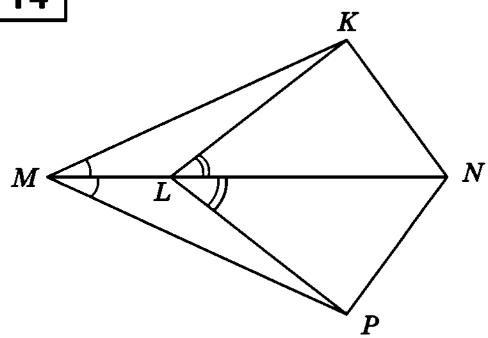
12



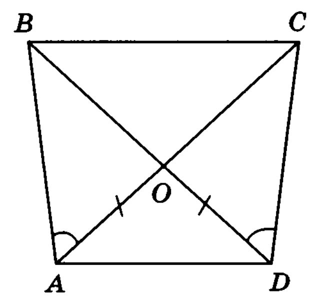
13



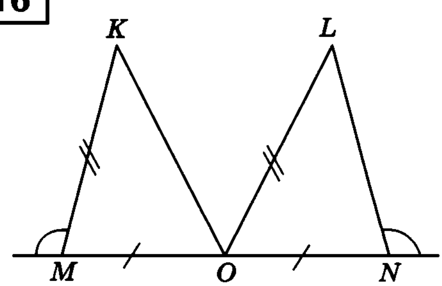
14



15

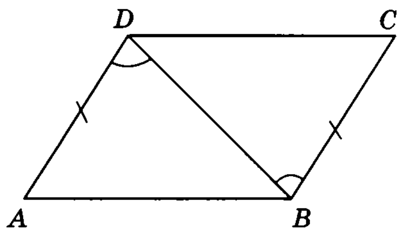


16

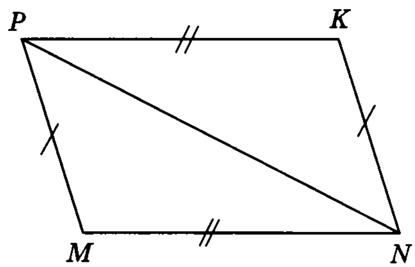


Окончание табл. 5

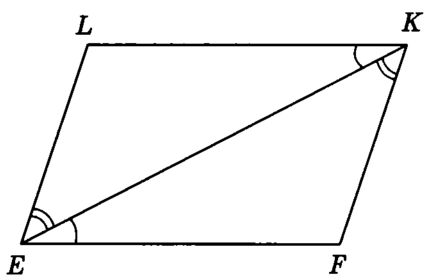
17



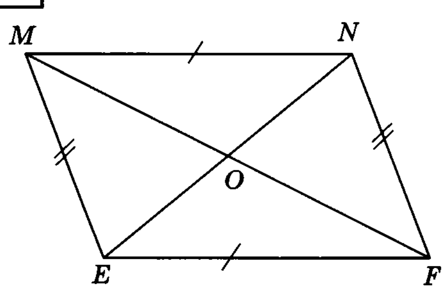
18



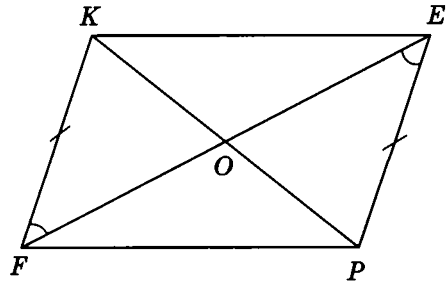
19



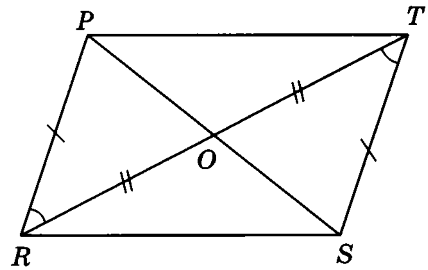
20



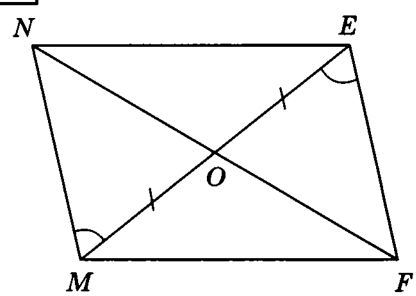
21



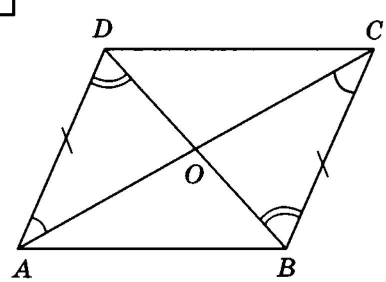
22



23



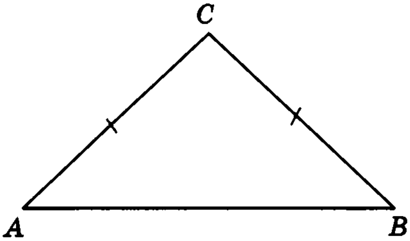
24



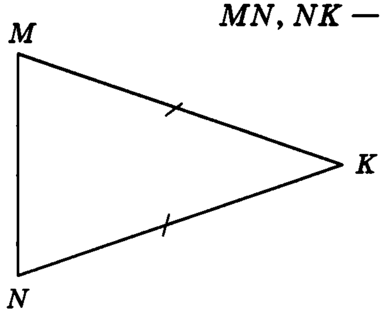
ПЕРИМЕТР РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

Таблица 6

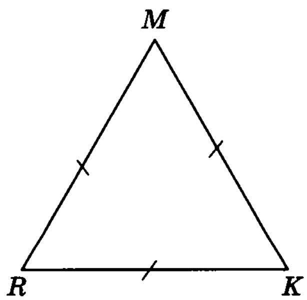
1 $AB = 14$, $AC = 9$
P — ?



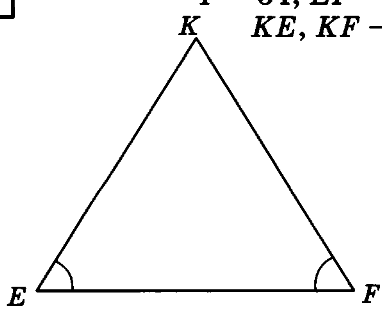
2 $MN = 8$, $P = 32$
MN, NK — ?



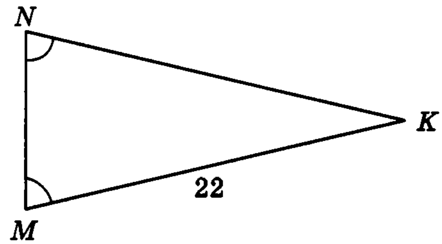
3 $P = 45$, MR, MK, RK — ?



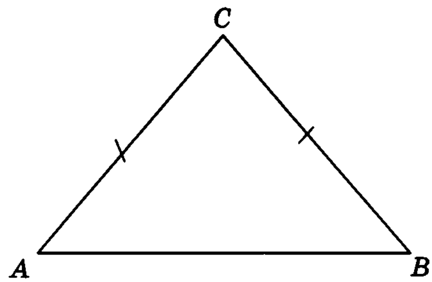
4 $P = 34$, $EF = 12$
KE, KF — ?



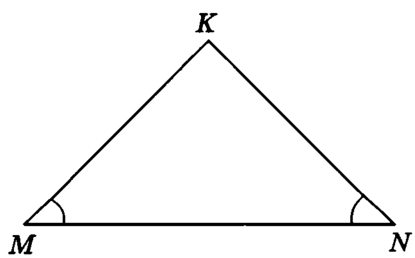
5 $P = 53$, MN — ?



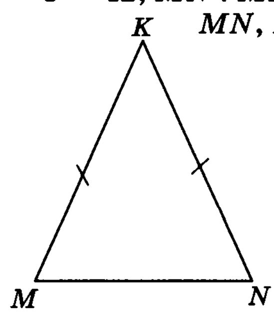
6 $AB + AC = 24$, $P = 34$
AB, AC, BC — ?



7 $MN - MK = 4$, $P = 34$
MN, MK, KN — ?

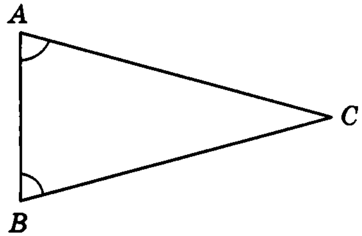


8 $P = 42$, $MN : MK = 4 : 5$
MN, MK — ?

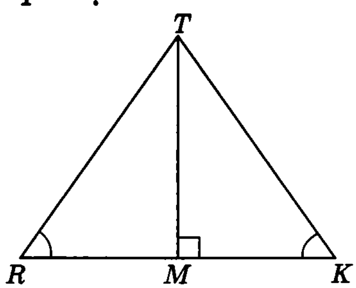


Окончание табл. 6

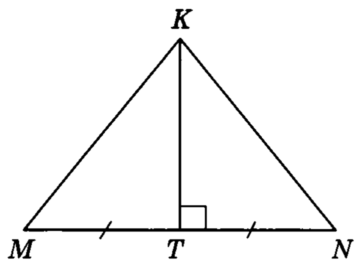
9 $AC = 2AB$, $P = 30$
AB, AC — ?



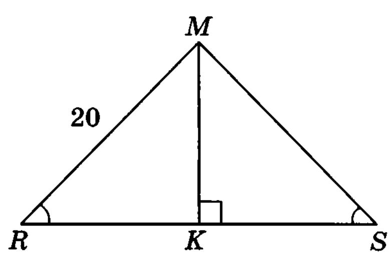
10 $RT + RM = 24$
P — ?



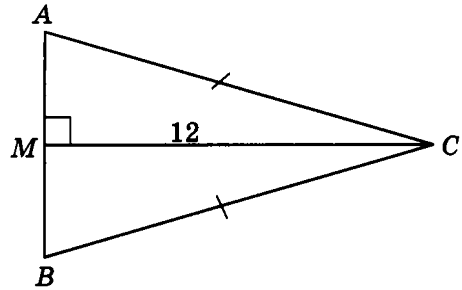
11 $MK + KT + MT = 24$, $P = 22$
KT — ?



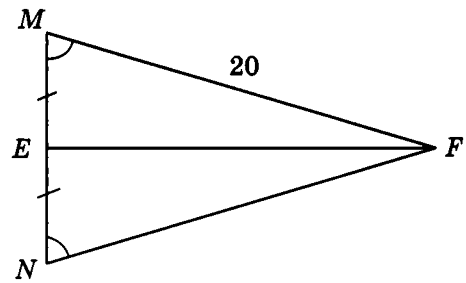
12 $RS : MK = 3 : 2$, $P_{RMK} = 48$
MK — ?



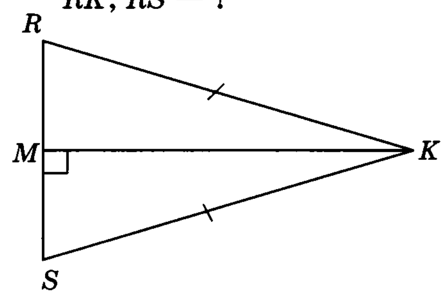
13 $P_{\Delta ABC} = 48$
$P_{\Delta AMC}$ — ?



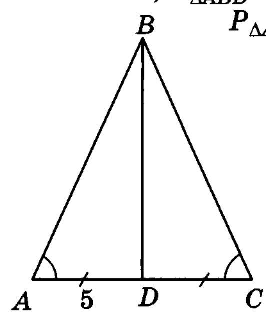
14 $P_{\Delta MEF} = 48$, $ME : EF = 3 : 4$
MN, EF — ?



15 $RK - RM = 8$, $P_{\Delta RMK} = 30$
RK, RS — ?



16 $AB - BD = 1$, $P_{\Delta ABD} = 30$
$P_{\Delta ABC}$ — ?

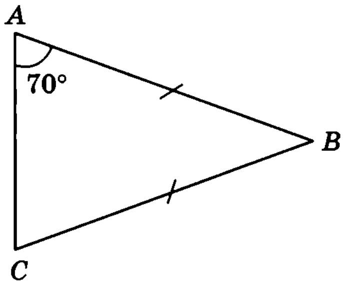


СВОЙСТВА РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

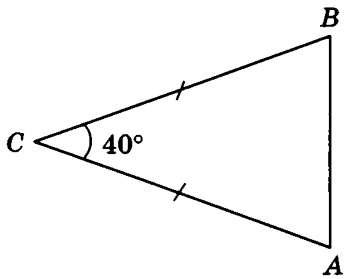
Таблица 7

Найдите $\angle CBA$.

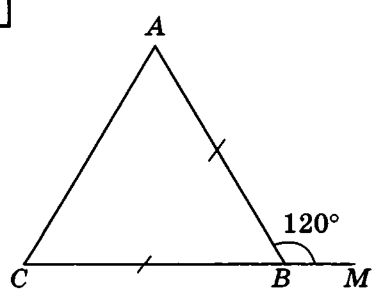
1



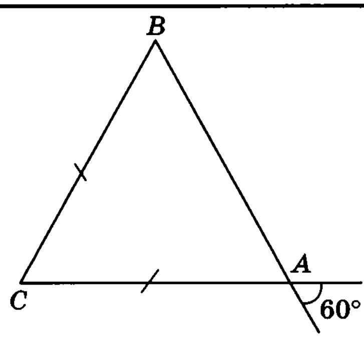
2



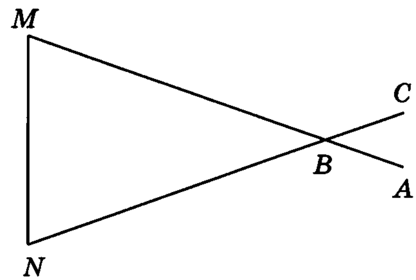
3



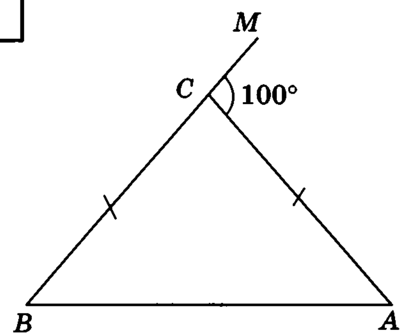
4



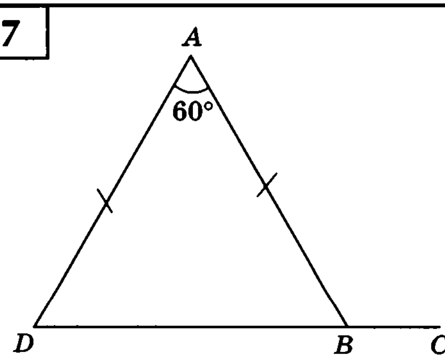
5



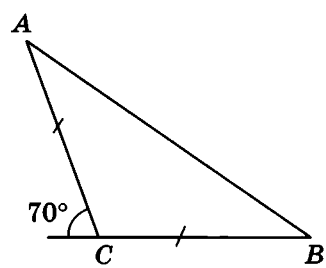
6



7

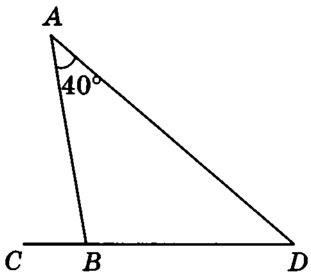


8

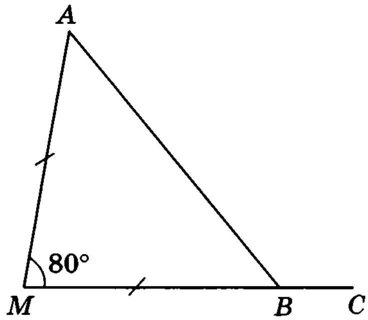


Окончание табл. 7

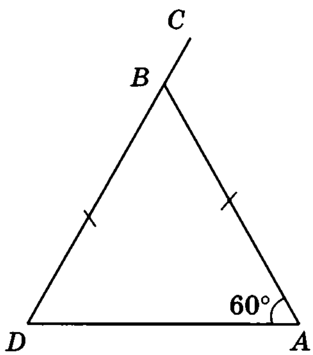
9



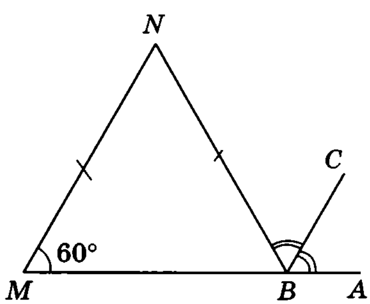
10



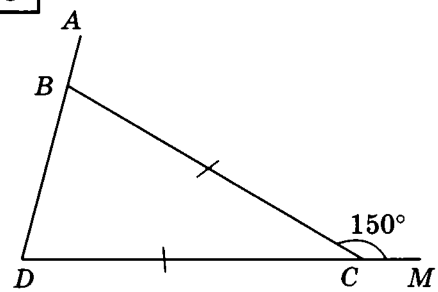
11



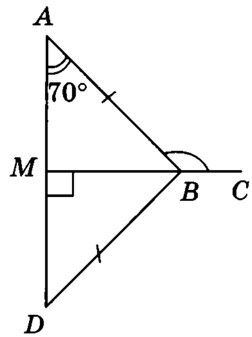
12



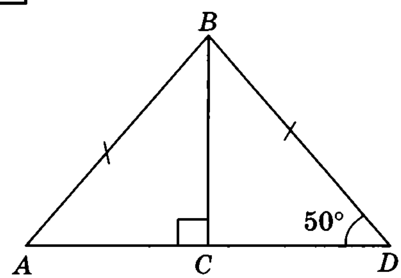
13



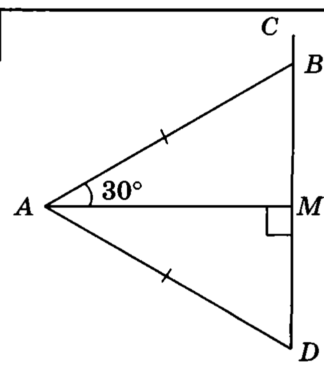
14



15



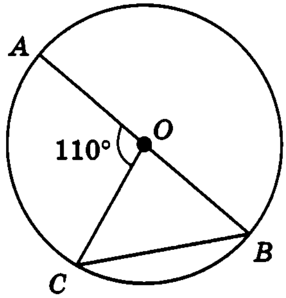
16



ОКРУЖНОСТЬ

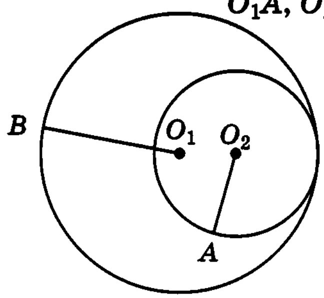
Таблица 8

1 $\angle B$, $\angle C$ — ?

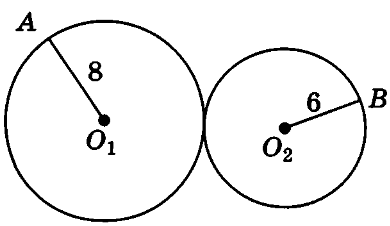


2 $O_1O_2 = 4$, $O_2B = 2O_1A$

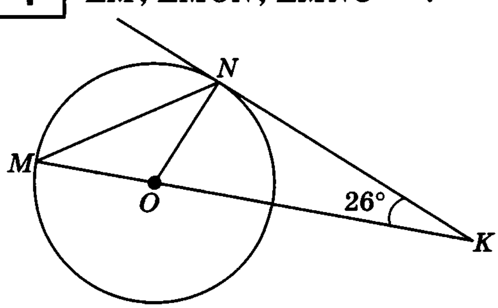
O_1A, O_2B — ?



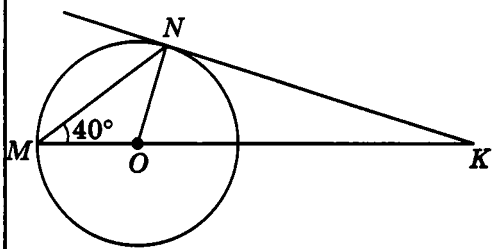
3 O_1O_2 — ?



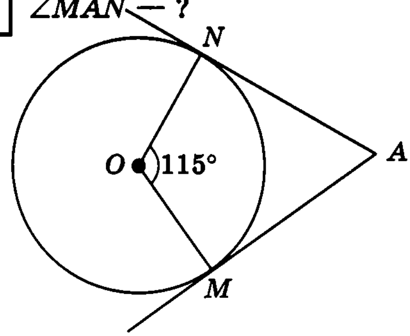
4 $\angle M$, $\angle MON$, $\angle MNO$ — ?



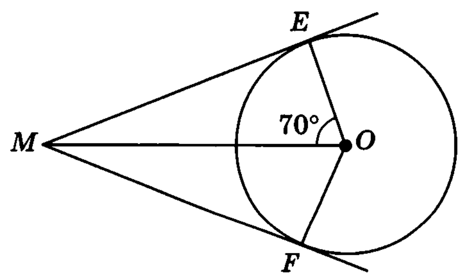
5 $\angle K$, $\angle KON$, $\angle MON$ — ?



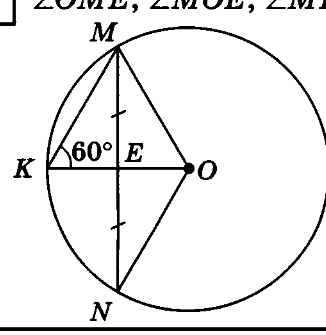
6 $\angle MAN$ — ?



7 $\angle EMF$ — ?



8 $\angle OME$, $\angle MOE$, $\angle MEO$ — ?

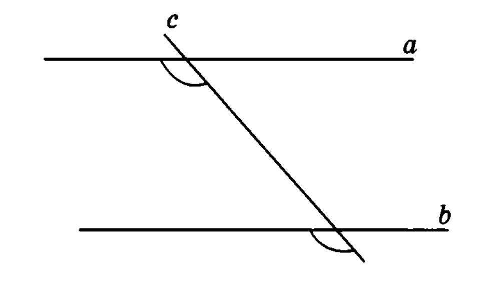


ПРИЗНАКИ ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПРЯМЫХ

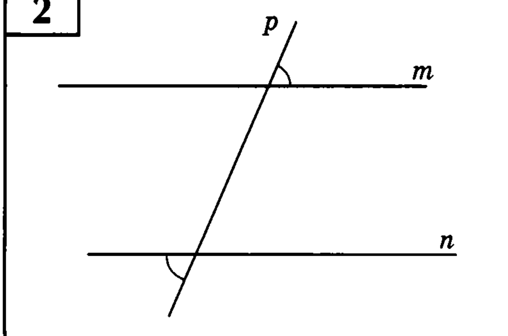
Таблица 9

Найдите пары параллельных прямых (отрезков) и докажите их параллельность.

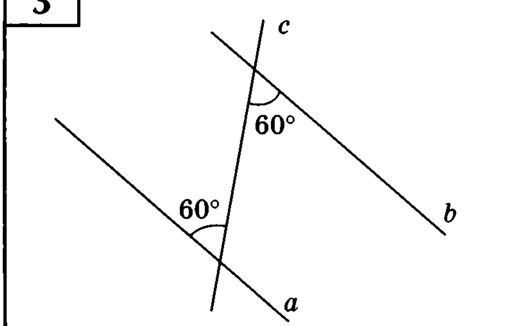
1



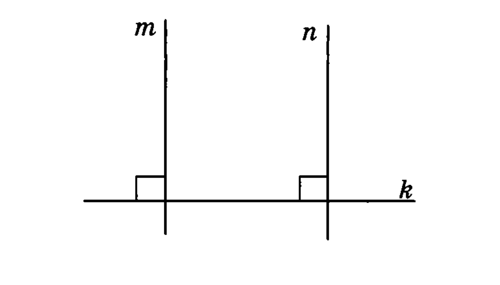
2



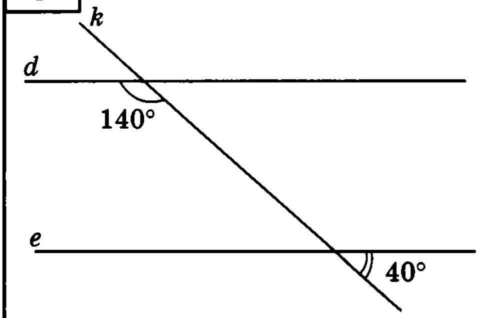
3



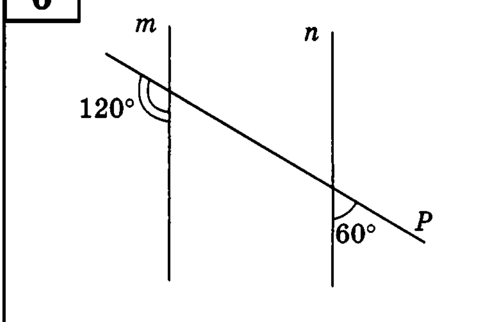
4



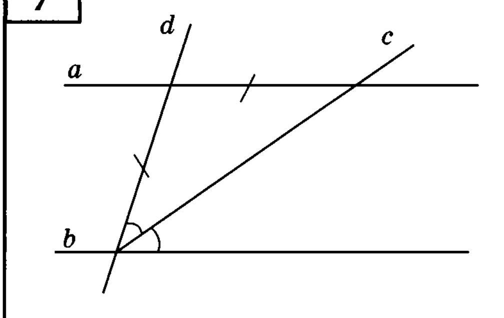
5



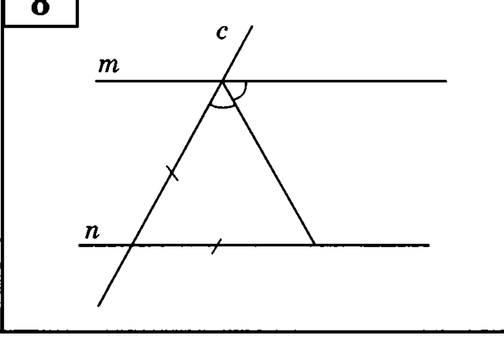
6



7



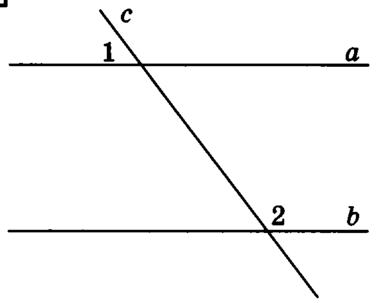
8



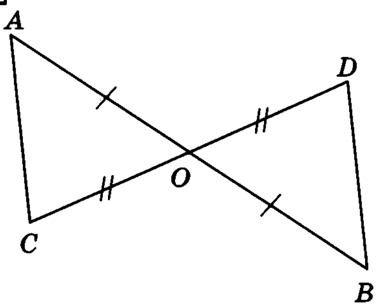
Окончание табл. 9

9

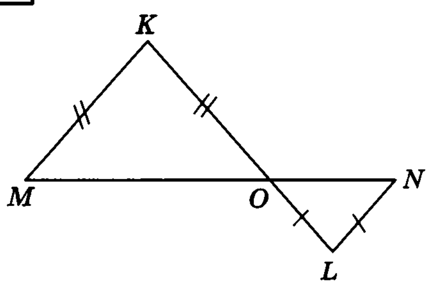
$\angle 1 + \angle 2 = 180°$



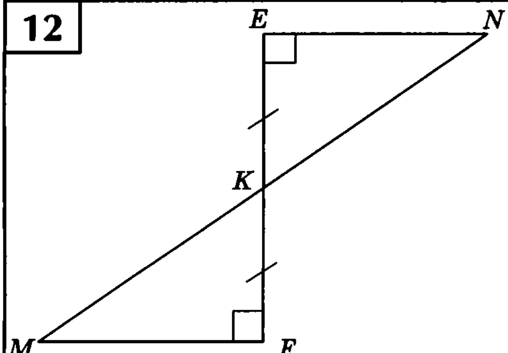
10



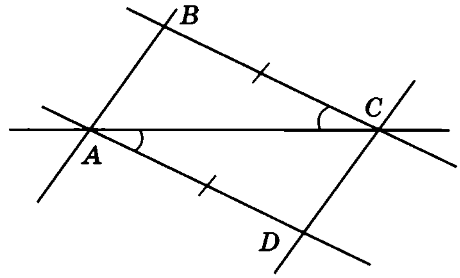
11



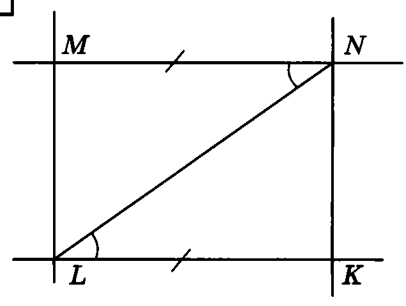
12



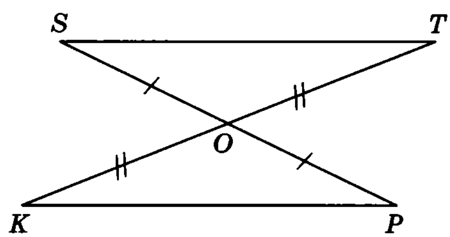
13



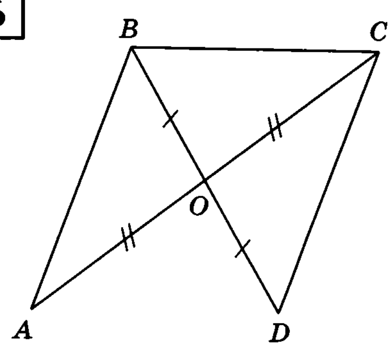
14



15



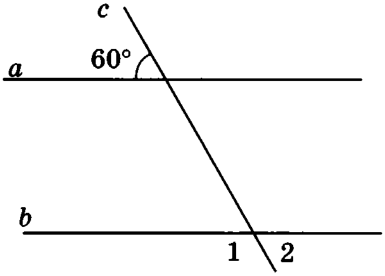
16



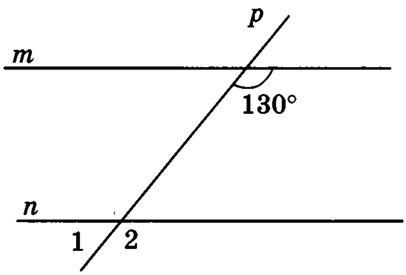
СВОЙСТВА УГЛОВ ПРИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРЯМЫХ

Таблица 10

1 $a \parallel b$, $\angle 1$, $\angle 2$ — ?

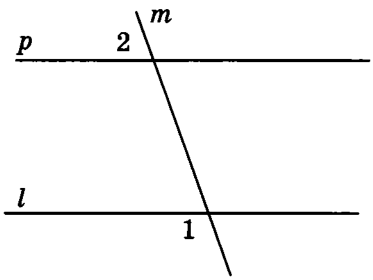


2 $m \parallel n$, $\angle 1$, $\angle 2$ — ?



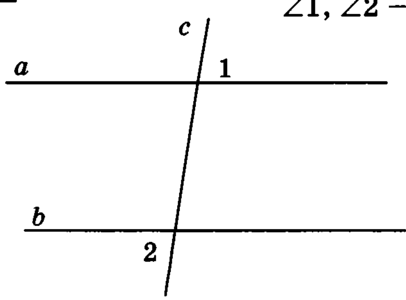
3 $p \parallel l$, $\angle 1 - \angle 2 = 40°$

$\angle 1$, $\angle 2$ — ?



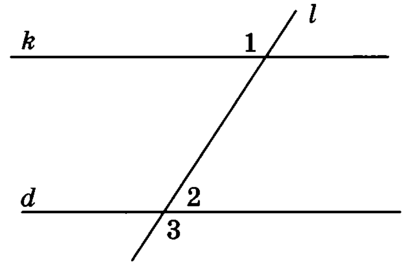
4 $a \parallel b$, $\angle 1 + \angle 2 = 160°$

$\angle 1$, $\angle 2$ — ?



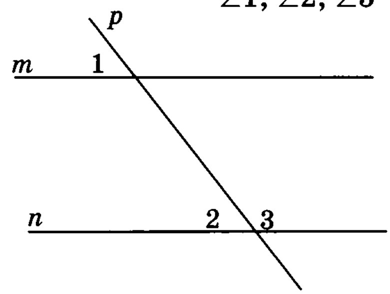
5 $k \parallel d$, $\angle 1 + \angle 3 = 250°$

$\angle 2$ — ?



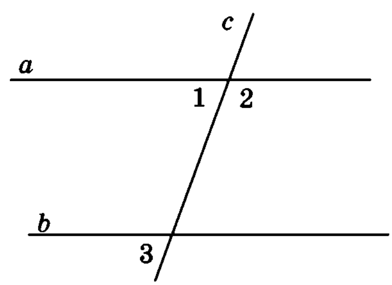
6 $m \parallel n$, $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 230°$

$\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ — ?



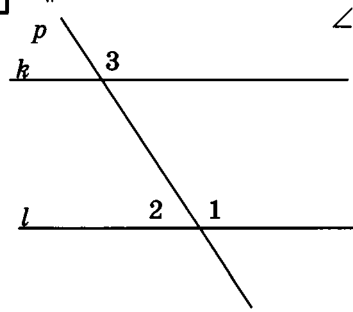
7 $a \parallel b$, $\angle 1 + \angle 2 - \angle 3 = 110°$

$\angle 3$ — ?



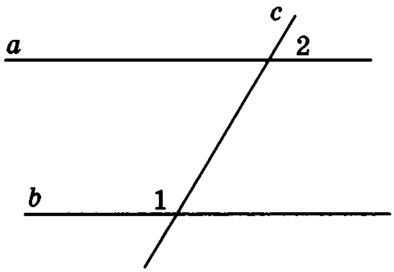
8 $k \parallel l$, $\angle 1 - \angle 2 + \angle 3 = 195°$

$\angle 2$ — ?

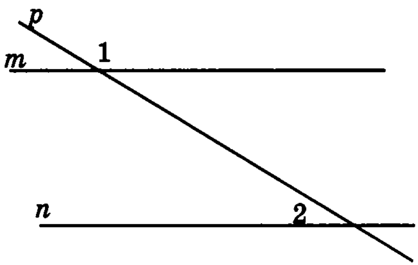


Окончание табл. 10

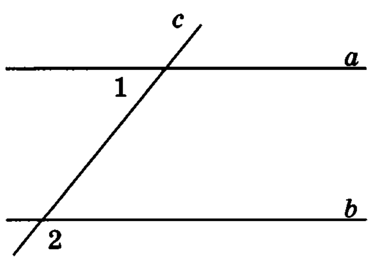
9 $a \parallel b$, $\angle 1 = 2\angle 2$
$\angle 1$, $\angle 2$ — ?



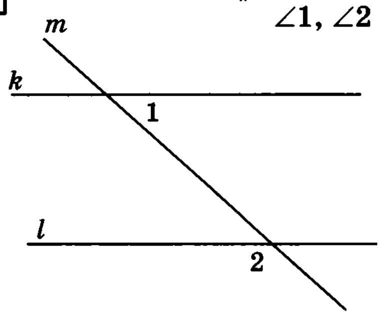
10 $m \parallel n$, $\angle 1 = 5\angle 2$
$\angle 1$, $\angle 2$ — ?



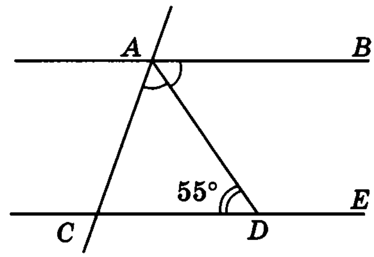
11 $a \parallel b$, $\angle 1 : \angle 2 = 5 : 13$
$\angle 1$, $\angle 2$ — ?



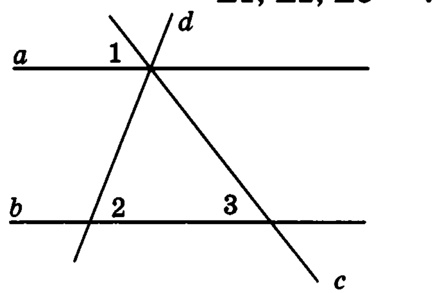
12 $k \parallel l$, $7\angle 1 = 2\angle 2$
$\angle 1$, $\angle 2$ — ?



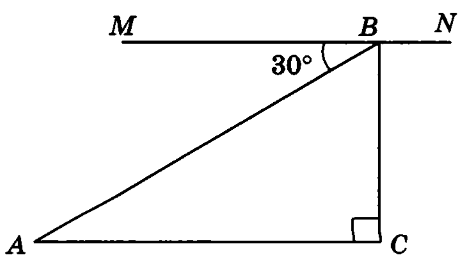
13 $AB \parallel CE$, $\angle ACD$ — ?



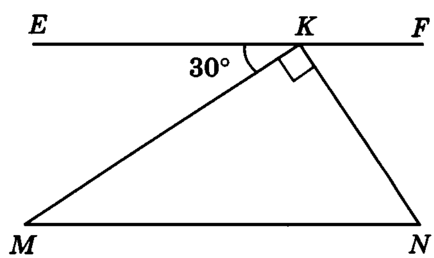
14 $a \parallel b$, $\angle 2 + \angle 3 = 110°$
$\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ — ?



15 $MN \parallel AC$
$\angle ABC$, $\angle ABN$ — ?



16 $MN \parallel EF$
$\angle M$, $\angle N$, $\angle FKN$ — ?

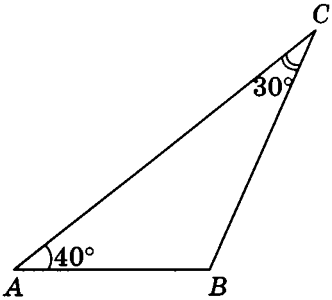


УГЛЫ ТРЕУГОЛЬНИКА

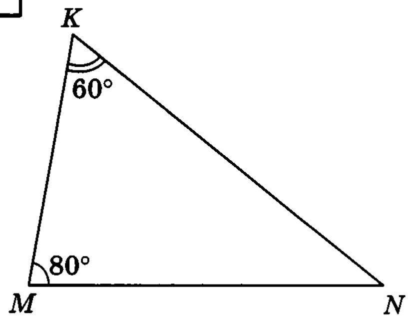
Таблица 11

Найдите все неизвестные углы треугольника.

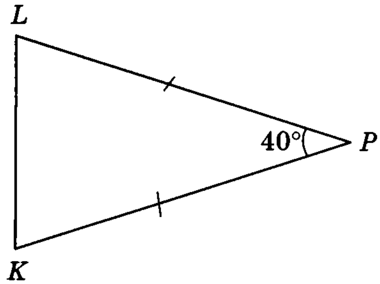
1



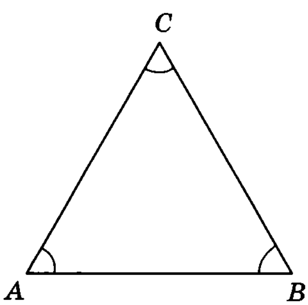
2



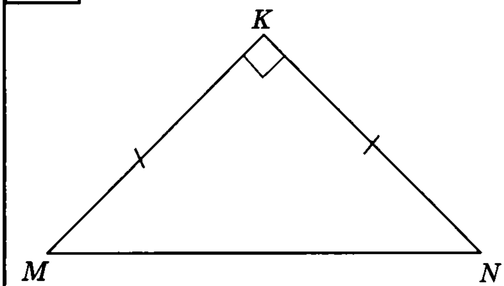
3



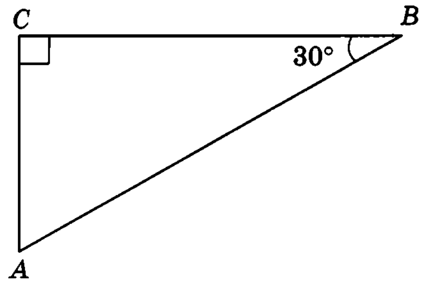
4



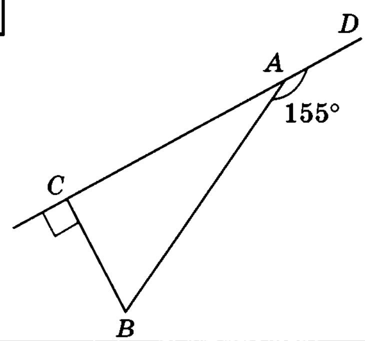
5



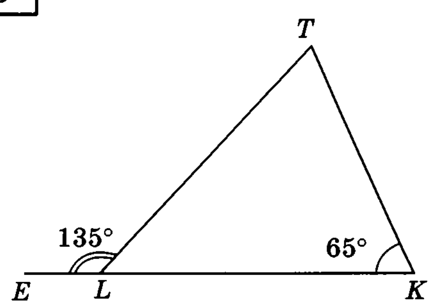
6



7

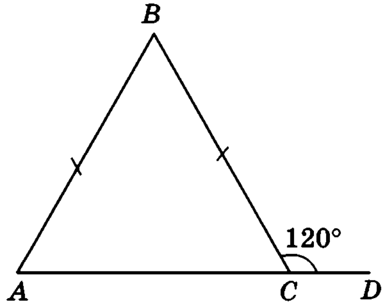


8

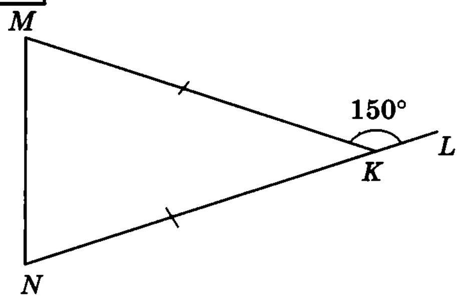


Окончание табл. 11

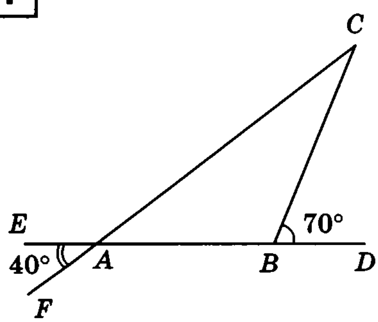
9



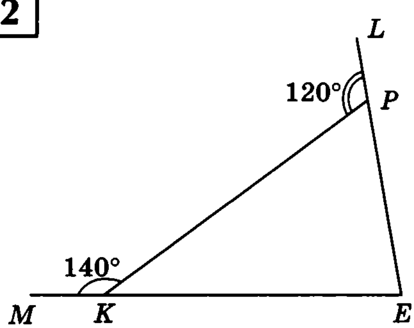
10



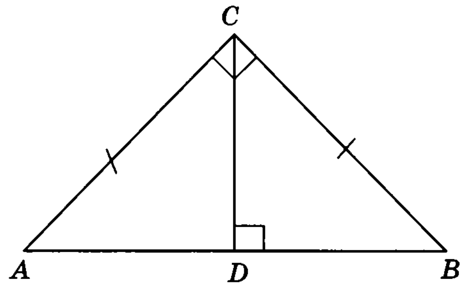
11



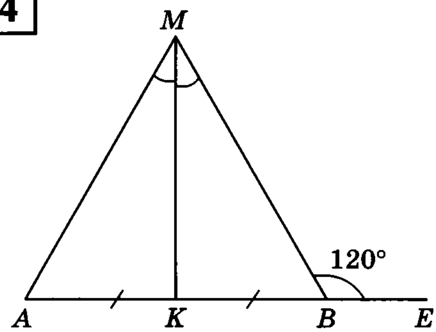
12



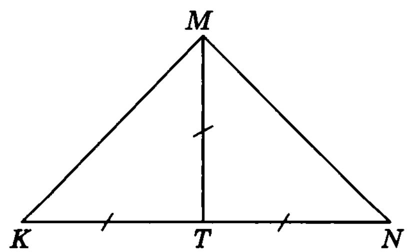
13



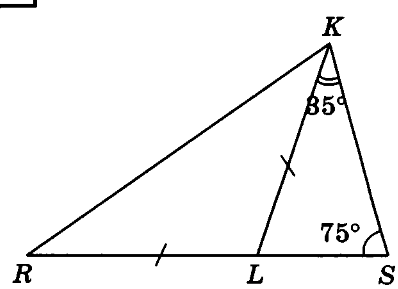
14



15



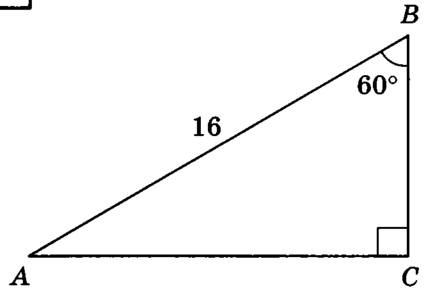
16



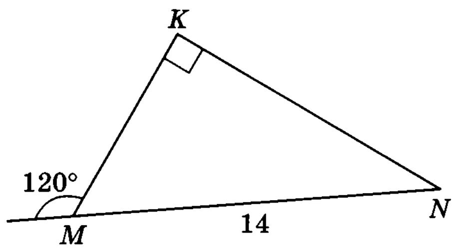
НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Таблица 12

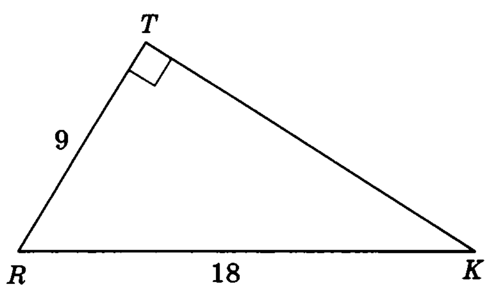
1 BC — ?



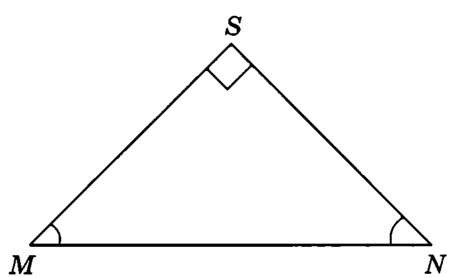
2 KM — ?



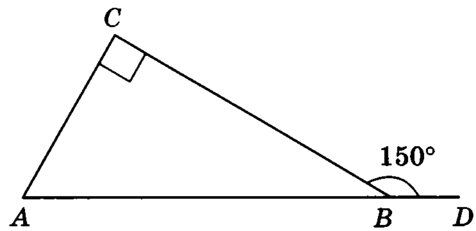
3 $\angle K$, $\angle R$ — ?



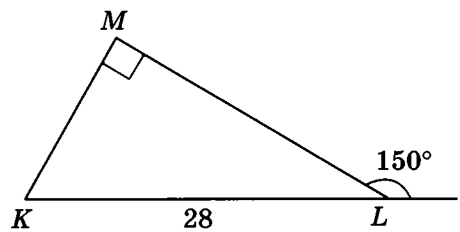
4 $\angle M$, $\angle N$ — ?



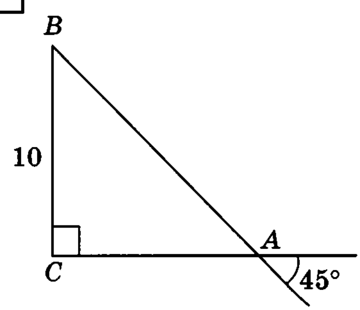
5 $\angle A$, $\angle ABC$ — ?



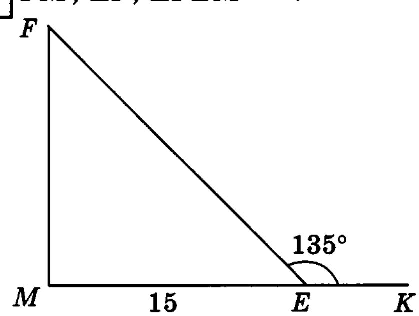
6 MK — ?



7 AC — ?



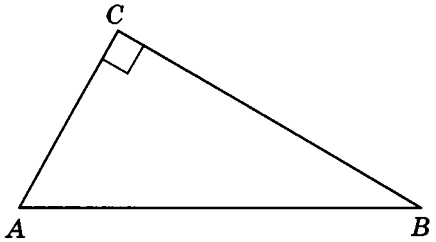
8 FM, $\angle F$, $\angle FEM$ — ?



Окончание табл. 12

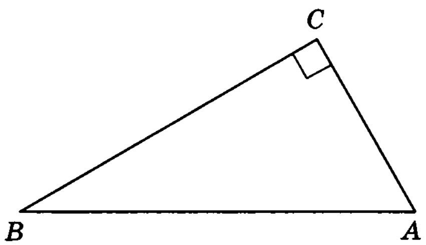
9

$\angle A : \angle B = 2 : 1$
$\angle A, \angle B$ — ?



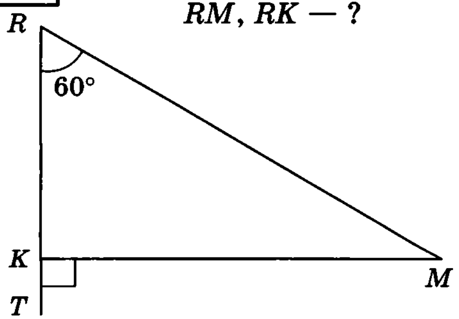
10

$\angle A - \angle B = 30°$
$\angle A, \angle B$ — ?



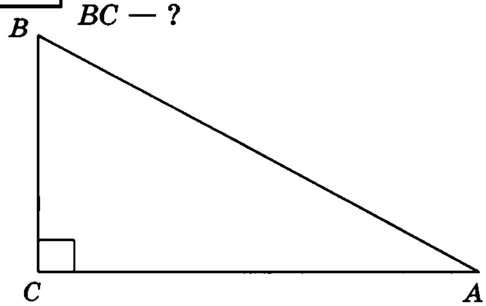
11

$RM + RK = 51$
RM, RK — ?



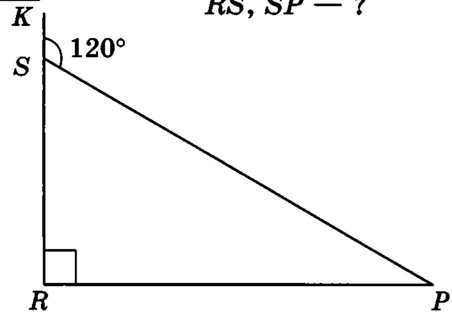
12

$\angle B = 2\angle A$, $AB - BC = 18$
BC — ?



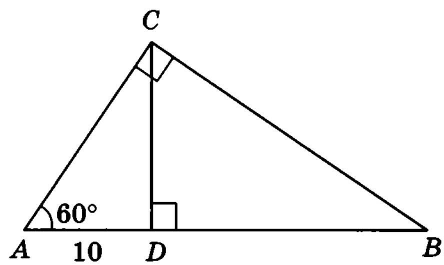
13

$RS + RP = 36$
RS, SP — ?



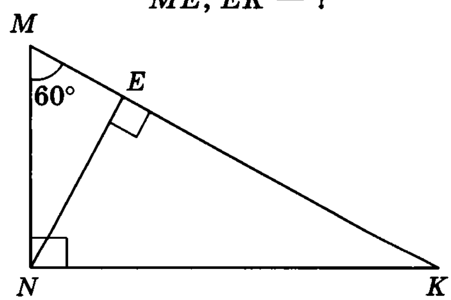
14

AC, BD — ?



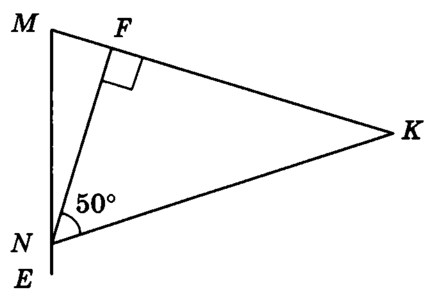
15

$MK = 40$
ME, EK — ?



16

$MK = NK$, $\angle KNE$ — ?

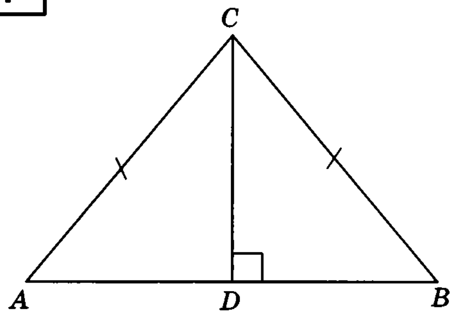


ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

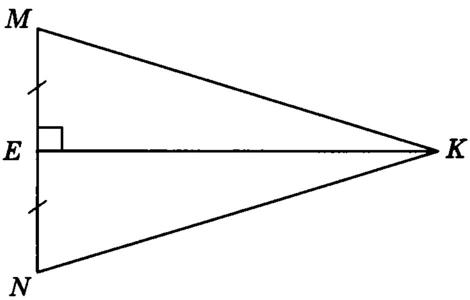
Таблица 13

Найдите пары равных треугольников и докажите их равенство.

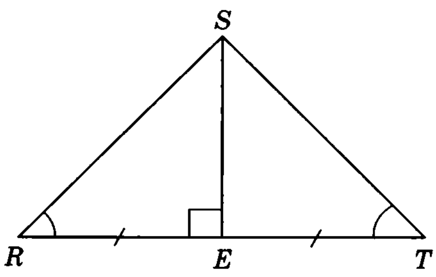
1



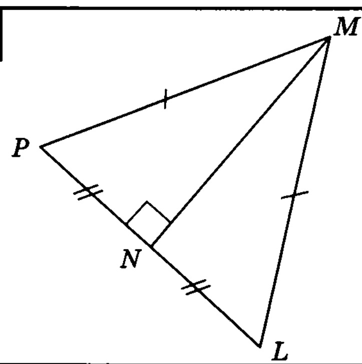
2



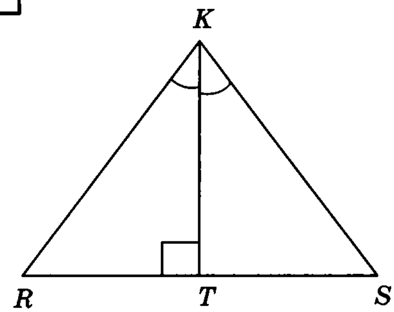
3



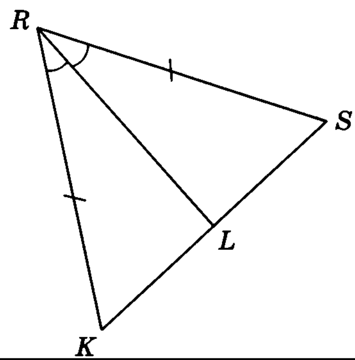
4



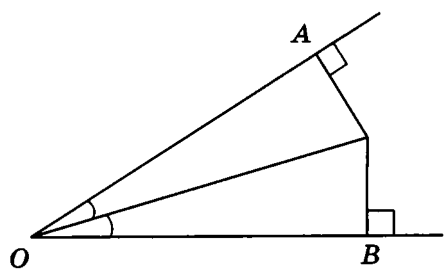
5



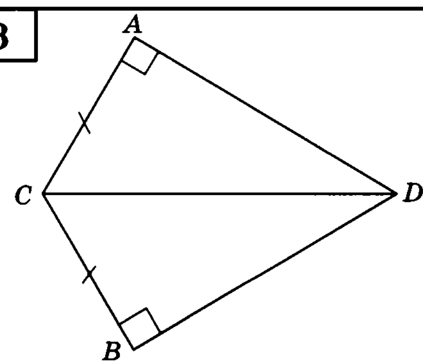
6



7



8

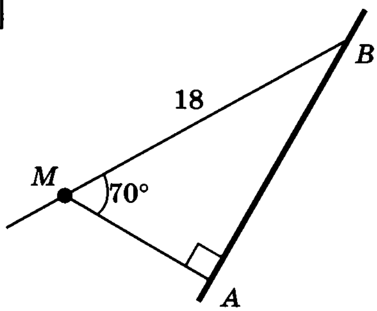


РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ

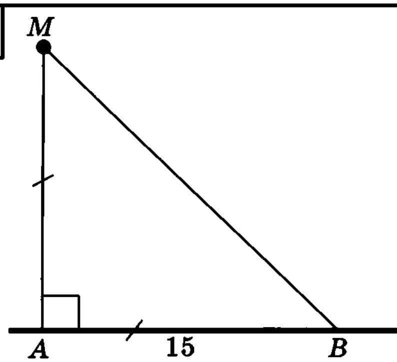
Таблица 14

Найдите расстояние от точки M до прямой AB.

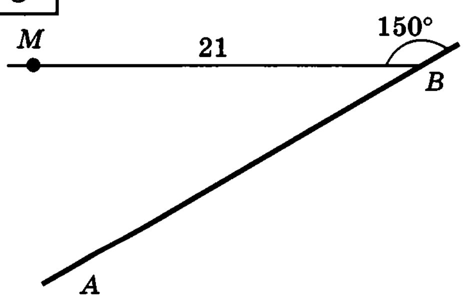
1



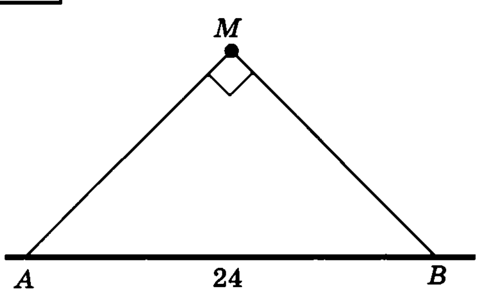
2



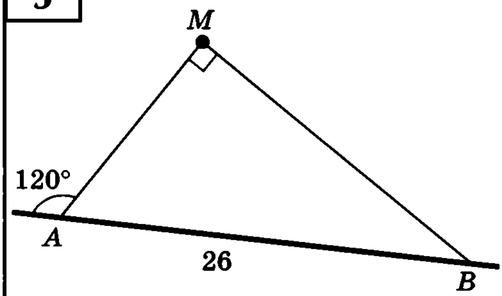
3



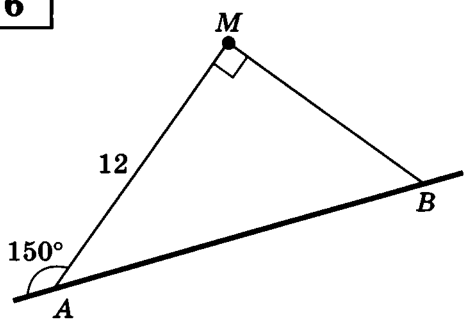
4



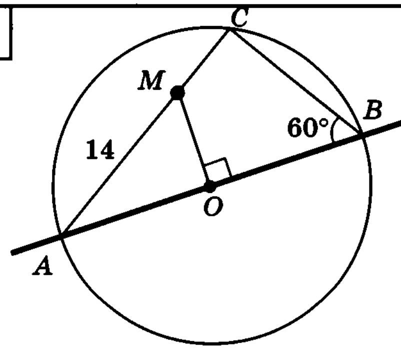
5



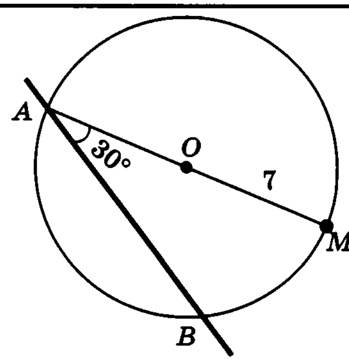
6



7



8



Раздел III

РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ

К таблице 1

2. *I способ*

Пусть $MK = x$, тогда $KN = 3 + x$. По условию $MN = 21$. Но $MN = MK + KN$. Значит,

$x + (3 + x) = 21,$

$2x + 3 = 21,$

$2x = 18,\ x = 9.$

Следовательно, $MK = x = 9$, $KN = 3 + x = 12$.

Ответ: $MK = 9$, $KN = 12$.

II способ

Пусть $MK = x$, $KN = y$. Так как $KN - MK = 9$, то получим $y - x = 9$. По условию $MN = 21$, или $x + y = 21$. Имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 21, \\ y - x = 9. \end{cases}$$

Складывая и вычитая почленно левые и правые части системы, находим:

$$\begin{cases} 2y = 21 + 9, \\ 2x = 21 - 9; \end{cases} \quad \begin{cases} 2y = 30, \\ 2x = 12; \end{cases} \quad \begin{matrix} y = 15, \\ x = 6. \end{matrix}$$

Ответ: $MK = 9$, $KN = 12$.

4. Пусть $ME = x$, тогда $ER = 3x$. Так как по условию задачи $MR = 24$ и $MR = ME + ER$, то получим уравнение $x + 3x = 24$, или $4x = 24$, откуда $x = 6$. Значит, $ME = 6$, $ER = 6 \cdot 3 = 18$.

Ответ: $ME = 6$, $ER = 18$.

К таблице 2

7. Пусть $\angle BOD = x$, тогда $\angle AOD = 6x$. Но $\angle AOD = \angle AOC + \angle COD$, или $\angle AOD = 30° + 90° = 120°$. Значит, $6x = 120$, $x = 20$, т. е. $\angle BOD = 20°$. Следовательно, $\angle AOB = \angle BOD + \angle AOD = 20° + 120° = 140°$.

Ответ: $\angle AOB = 140°$, $\angle BOD = 20°$.

11. Пусть $\angle BOC = \angle COD = x$. По условию задачи $\angle AOD = 40°$ и $\angle AOB = 120°$. Но $\angle AOB = \angle BOC + \angle COD + \angle AOD$. Следовательно, получим уравнение $x + x + 40 = 120$, $2x = 80$, откуда $x = 40$. Значит, $\angle BOC = 40°$, $\angle BOD = 2x = 80°$, $\angle AOC = 40° + 40° = 80°$.

Ответ: $\angle BOD = 80°$, $\angle AOC = 80°$, $\angle BOC = 40°$.

17. Обозначим $\angle BOC = x$, $\angle AOC = y$, тогда $x - y = 80$. По условию $\angle AOB = 150°$, или $x + y = 150$. Имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} x+y=150, \\ x-y=80; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x=150+80, \\ 2y=150-80; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x=230, \\ 2y=70; \end{cases} \quad \begin{cases} x=115, \\ y=35. \end{cases}$$

Итак, $\angle BOC = 115°$, $\angle AOC = 35°$.

Ответ: $\angle BOC = 115°$, $\angle AOC = 35°$.

Замечание. Задачу можно решить с помощью уравнения (см. задачу 2 к табл. 1).

К таблице 3

4. По условию задачи $\angle kp = 90°$, $\angle pn = 30°$ и $\angle mn = 180°$. Тогда $\angle mk = 180° - (90° + 30°) = 60°$.

Ответ: $\angle mk = 60°$.

8. Пусть $\angle ac = x$, тогда $\angle bc = 8x$. Так как сумма смежных углов равна 180°, то получим уравнение $x + 8x = 180$, $9x = 180$, $x = 20$. Значит, $\angle ac = 20°$, $\angle bc = 20° \cdot 8 = 160°$.

Ответ: $\angle ac = 20°$, $\angle bc = 160°$.

Замечание. $\angle bc$ можно найти и так: $\angle bc = 180° - 20° = 160°$.

12. $25\% = 0{,}25 = \frac{1}{4}$, т. е. $\angle POL = \frac{1}{4}\angle KOP$, или $\angle KOP = 4\angle POL$.

Пусть $\angle POL = x$, тогда $\angle KOP = 4x$. Так как $\angle POL$ и $\angle KOP$ — смежные, то получим уравнение: $x + 4x = 180$, $5x = 180$, откуда $x = 36$, т. е. $\angle POL = 36°$, $\angle KOP = 36° \cdot 4 = 144°$.

Ответ: $\angle POL = 36°$, $\angle KOP = 144°$.

16. Пусть $\angle ROP = 2x$, тогда $\angle SOK = 5x$. Но $\angle SOK = \angle POS$ (по условию), т. е. $\angle POS = 5x$.

$\angle ROK = 180°$, значит, $2x + 5x + 5x = 180°$, или $12x = 180$, $x = 15$. Следовательно, $\angle POS = 5x = 15 \cdot 5 = 75°$ и $\angle SOK = 75°$, $\angle ROS = 30° + 75° = 105°$.

Ответ: $\angle ROS = 105°$, $\angle SOK = 75°$.

К таблице 4

7. По условию задачи $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 220°$. Но $\angle 2 + \angle 3 = 180°$ как сумма смежных углов. Тогда получим $\angle 1 + 180° = 220°$, $\angle 1 = 40°$.

$\angle 1 = \angle 3 = 40°$ (вертикальные углы равны).

$\angle 2 = \angle 4 = 180° - \angle 3 = 180° - 40° = 140°$.

Ответ: $\angle 1 = \angle 3 = 40°$, $\angle 2 = \angle 4 = 140°$.

12. Так как $\angle 1 = \angle 3$ и $\angle 2 = \angle 4$ (как вертикальные), то $\angle 1 - \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = \angle 1 - \angle 2 + \angle 1 + \angle 2 = 260°$ (по условию), или $2\angle 1 = 260°$, откуда $\angle 1 = 260° : 2 = 130°$, тогда $\angle 2 = 180° - 130° = 50°$.

Ответ: $\angle 1 = 130°$, $\angle 2 = 50°$.

16. Так как $20° = 0{,}2 = \frac{1}{5}$, то $\angle 2 = \frac{1}{5}\angle 1$, или $\angle 1 = 5\angle 2$. Пусть $\angle 2 = x$, тогда $\angle 2 = 5x$. Имеем уравнение $x + 5x = 180$, $6x = 180$, $x = 30$. Значит, $\angle 2 = 30°$, тогда $\angle 1 = 5x = 150°$.

Ответ: $\angle 1 = 150°$, $\angle 2 = 30°$.

К таблице 5

11. 1) Рассмотрим ΔACM и ΔADM.

$AC = AD$, $CM = DM$ (по условию), AM — общая сторона. Значит, $\Delta ACM = \Delta ADM$ (по трем сторонам), т. е. по *III* признаку равенства треугольников.

2) $\angle CMB = \angle DMB$ (как углы соответственно смежные $\angle AMC$ и $\angle AMD$), MB — общая сторона. Значит, $\Delta CMB = \Delta DMB$ (по двум сторонам и углу между ними), т. е. по *I* признаку равенства треугольников. Тогда $CB = DB$.

3) $\Delta ACB = \Delta ADB$ (по трем сторонам): $AC = AD$ (по условию), $BC = BD$ (по доказанному), AB — общая сторона.

20. 1) В ΔMEF и ΔMNF известно, что $MN = EF$ и $ME = NF$. Кроме того, MF — общая сторона. Значит, $\Delta MEF = \Delta MNF$ (по трем сторонам), т. е. по *III* признаку равенства треугольников. Из равенства треугольников следует, что $\angle FMN = \angle EFM$ и $\angle MFN = \angle EMF$.

2) $\Delta EMN = \Delta ENF$ (по трем сторонам), тогда $\angle MNE = \angle FEN$ и $\angle MEN = \angle ENF$.

3) $\Delta MOE = \Delta FON$ и $\Delta MON = \Delta FOE$ (по стороне и прилежащим к ней углам), т. е. по II признаку равенства треугольников.

24. 1) $\Delta AOD = \Delta COB$ (по II признаку равенства треугольников), т. е. по стороне и прилежащим к ней углам, тогда $OD = OB$ и $AO = OC$.

2) $\Delta DAC = \Delta BAC$ (по I признаку равенства треугольников), т. е. по двум сторонам и углу между ними.

3) $\Delta DOC = \Delta AOB$, так как $OD = OB$, $AO = OC$ и $\angle DOC = \angle AOB$ как вертикальные.

4) $\Delta AOD = \Delta COB$ (по III признаку).

К таблице 6

7. По условию $\angle M = \angle N$, значит, ΔMKN — равнобедренный, где $MK = NK$.

Пусть $MK = KN = x$, тогда $MN = x + 4$, так как по условию $MN - MK = 4$. Но периметр $P = 34$, следовательно, имеем уравнение

$$x + x + (x + 4) = 34, \text{ или } 3x = 34 - 4,\ 3x = 30,\ x = 10.$$

Значит, $MN = x + 4 = 14$, $MK = KN = 10$.

Ответ: $MN = 14$, $MK = KN = 10$.

11. Пусть $MK = KN = x$ (ΔMKN — равнобедренный, так как KT — высота — общая сторона, $MT = TN$ (по условию).

Значит, $\Delta MKT = \Delta KTN$ — по двум катетам, тогда $MK = NK$). $MT = TN = y$. По условию $MK + KT + MT = 24$, или $x + KT + y = 24$.

Кроме того, $P = 32$, или $2x + 2y = 32$, $x + y = 16$.

Значит, $KT = 24 - (x + y) = 24 - 16 = 8$.

Ответ: 8.

14. Пусть $ME = 3x$, $EF = 4x$. Так как $P_{\Delta MEF} = 48$, то получим $ME + EF + MF = 48$, где $MF = 20$ (по условию), тогда $3x + 4x + 20 = 48$, $7x = 28$, $x = 4$. Значит, $MN = 2ME = 2 \cdot 3x = 24$, $EF = 4x = 16$.

Ответ: $MN = 24$, $EF = 16$.

К таблице 7

10. Так как $AM = BM$, то ΔAMB — равнобедренный (по определению). По условию $\angle M = 80°$, $\angle A = \angle ABM = (180° - 80°) : 2 = 50°$. Значит, $\angle CBA = 180° - \angle ABM = 180° - 50° = 130°$.

Ответ: 130°.

12. По условию $MN = BN$, тогда ΔMBN — равнобедренный (по определению), а в равнобедренном треугольнике углы при основании равны (по свойству). Значит, $\angle M = \angle MBN = 60°$, тогда $\angle ABN = 180° - 60° = 120°$ (по свойству смежных углов). Но BC — биссектриса $\angle ABN$ (по условию), тогда $\angle CBA = 120° : 2 = 60°$.

Ответ: 60°.

16. Так как $AB = AD$, то ΔABD — равнобедренный (по определению). Высота AM, проведенная к основанию BD, является одновременно биссектрисой и медианой.

По условию $\angle BAM = 30°$, $\angle AMB = 90°$, тогда $\angle ABC = 30° + 90° = 120°$ (по теореме о внешнем угле треугольника).

Ответ: 120°.

К таблице 8

4. KN — касательная к окружности, ON — радиус, тогда $\angle ONK = 90°$ (по свойству касательной). В ΔKON $\angle K = 26°$, $\angle ONK = 90°$, значит, $\angle KON = 90° - 26° = 64° \Rightarrow \angle MON = 180° - 64° = 116°$. Так как $MO = ON$ (как радиусы), то $\angle M = \angle MNO = (180° - 116°) : 2 = 32°$.

Ответ: $\angle M = 32°$, $\angle MON = 116°$, $\angle MNO = 32°$.

8. $MO = OK = ON = R$ — радиус окружности, значит, ΔMOK — равнобедренный с основанием MK, тогда $\angle MKO = \angle OMK = 60°$, следовательно, $\angle MOK = 180° - (60° + 60°) = 60°$, т. е. ΔMOK — равносторонний. По условию $ME = EN$ и $OM = ON \Rightarrow \Delta MON$ — равнобедренный, значит, OE — биссектриса, тогда $\angle MOE = \angle NOE = 60°$.

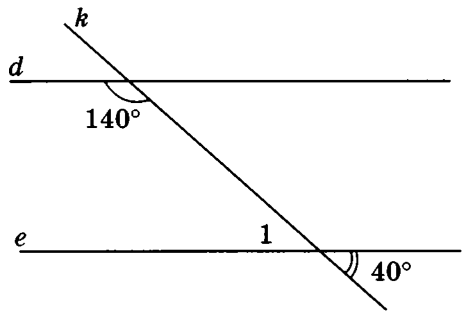
В равнобедренном ΔMON биссектриса OE является высотой, т. е. $\angle MEO = 90°$, $\angle OME = 90° - 60° = 30°$.

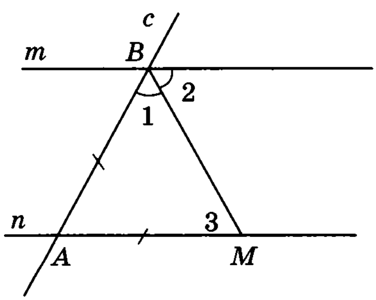
Ответ: $\angle OME = 30°$, $\angle MOE = 60°$, $\angle MEO = 90°$.

К таблице 9

5. $\angle 1 = 40°$ (по свойству вертикальных углов). Так как $140° + 40° = 180°$, то $d \parallel e$ (если при пересечении двух прямых секущей сумма односторонних углов равна 180°, то прямые параллельны).

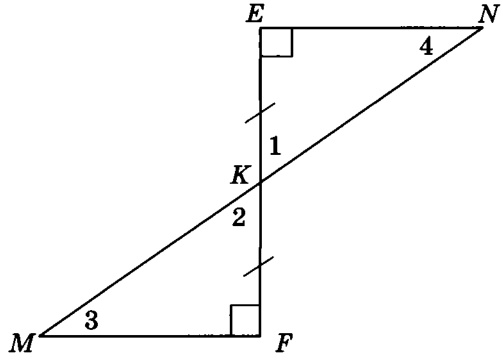
Значит, $d \parallel e$.

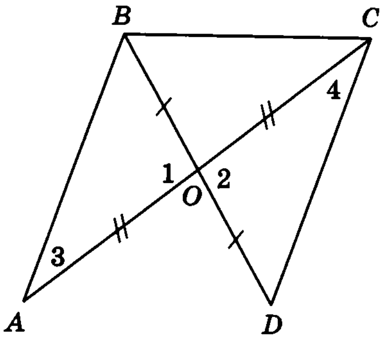




8. Так как $AB = AM$, то ΔABM — равнобедренный. Тогда $\angle 1 = \angle 3$ (по свойству). Но $\angle 1 = \angle 2$ (по условию), значит, $\angle 2 = \angle 3$. Но $\angle 2$ и $\angle 3$ — накрест лежащие, c — секущая, следовательно, $m \parallel n$ (по признаку параллельности прямых).

12. По условию $KE = KF$ и $\angle KEN = \angle KFM = 90°$, $\angle 1 = \angle 2$ как вертикальные, значит, $\Delta NEK = \Delta MFK$ по катету и острому углу, тогда $\angle 3 = \angle 4$. А так как при пересечении двух прямых NE и MF секущей MN накрест лежащие углы равны, то $EN \parallel MF$.



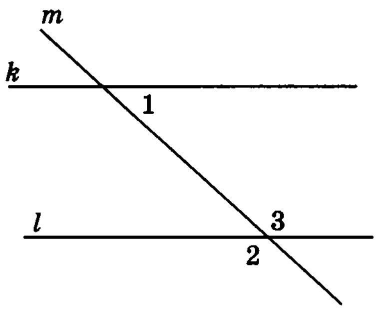


16. По условию $AO = CO$ и $BO = DO$. Кроме того, $\angle 1 = \angle 2$ как вертикальные. Значит, $\Delta AOB = \Delta COD$ по двум сторонам и углу между ними. Из равенства треугольников следует, что $\angle 3 = \angle 4$. А так как эти углы накрест лежащие и равны, то $AB \parallel CD$.

К таблице 10

7. Так как сумма смежных углов равна $180°$, то $\angle 1 + \angle 2 = 180°$. По условию задачи $\angle 1 + \angle 2 - \angle 3 = 110°$, тогда получим $180° - \angle 3 = 110°$, откуда $\angle 3 = 70°$.

Ответ: $70°$.



12. Пусть $\angle 1 = x$, $\angle 2 = y$. По условию $7\angle 1 = 2\angle 2$, или $7x = 2y$. Но $\angle 2 = \angle 3$ как накрест лежащие, т. е. $\angle 3 = y$. Кроме того, $\angle 1 + \angle 3 = 180°$ как сумма односторонних углов при параллельных прямых k, l и секущей m. Значит, $x + y = 180$. Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 180, \\ 7x = 2y; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 180 - x, \\ 7x = 2(180 - x). \end{cases}$$

$7x = 360 - 2x$, $9x = 360$, $x = 40$, $y = 180 - 40 = 140$.

Следовательно, $\angle 1 = x = 40°$, $\angle 2 = y = 140°$.

Ответ: $\angle 1 = 40°$, $\angle 2 = 140°$.

16. Так как $MN \parallel EF$, то $\angle EKM = \angle KMN = 30°$. По условию $\angle MKN = 90°$, тогда $\angle N = 90° - 30° = 60°$, $\angle FKN = \angle N = 60°$ (как накрест лежащие углы при параллельных прямых EF, MN и секущей KN).

Ответ: $\angle M = 30°$, $\angle N = 60°$, $\angle FKN = 60°$.

К таблице 11

10. По условию $MK = NK$, значит, ΔMKN — равнобедренный, тогда $\angle M = \angle N$ (по свойству). Так как $\angle MKL = 150°$, то $\angle MKN = 180° - 150° = 30°$. Значит, $\angle M = \angle N = (180° - 30°) : 2 = 75°$.

Ответ: $\angle M = \angle N = 75°$, $\angle MKN = 30°$.

16. По условию $\angle S = 75°$, $\angle LKS = 35°$, тогда $\angle KLS = 180° - (35° + 75°) = 180° - 110° = 70°$.

Значит, $\angle RLK = 180° - 70° = 110°$ (или $\angle RLK = \angle S + \angle LKS$).

Так как $RL = KL$, то ΔRLK — равнобедренный, тогда $\angle R = \angle RKL = (180° - 110°) : 2 = 35°$.

Ответ: $\angle R = \angle RKL = 35°$, $\angle RLK = 110°$, $\angle KLS = 70°$.

К таблице 12

3. В ΔRTK $\angle T = 90°$, $RT = 9$, $RK = 18$. Так как $TR = \frac{1}{2}RK$, то $\angle K = 30°$, $\angle R = 60°$.

Ответ: $\angle K = 30°$, $\angle R = 60°$.

10. Так как $\angle C = 90°$, то $\angle A + \angle B = 90°$ (по свойству прямоугольного треугольника). По условию задачи $\angle A - \angle B = 30°$. Имеем систему уравнений: $\begin{cases} \angle A + \angle B = 90°, \\ \angle A - \angle B = 30°. \end{cases}$

Складывая и вычитая уравнения системы, имеем

$$\begin{cases} 2\angle A = 90° + 30°, \\ 2\angle B = 90° - 30°; \end{cases} \begin{cases} 2\angle A = 120°, \\ 2\angle B = 60°; \end{cases} \begin{matrix} \angle A = 60°, \\ \angle B = 30°. \end{matrix}$$

Ответ: $\angle A = 60°$, $\angle B = 30°$.

16. По условию $MK = NK$, значит, ΔMNK — равнобедренный, тогда $\angle M = \angle MNK$ (по свойству). Так как $\angle NFK = 90°$ и $\angle FNK = 50°$, то $\angle K = 90° - 50° = 40°$, тогда $\angle M = \angle MNK = (180° - 40°) : 2 = 70°$.

Значит, $\angle KNE = 180° - 70° = 110°$.

Ответ: 110°.

К таблице 13

3. Так как $\angle R = \angle T$, $RE = ET$ и $\angle SER = 90°$, то $\angle SET = 90°$. Тогда $\Delta RES = \Delta TES$ по стороне и прилежащим к ней углам (по II признаку равенства треугольников).

К таблице 14

5. ΔAMB — прямоугольный, $\angle M = 90°$, $\angle MAB = 180° - 120° = 60°$, тогда $\angle B = 90° - 60° = 30°$. Следовательно, $AM = \frac{1}{2}AB = 13$, где AM — расстояние от точки M до прямой AB.

Ответ: 13.

7. Так как AB — диаметр окружности, то $\angle ACB = 90°$, тогда $\angle A = 90° - 60° = 30°$.

В ΔAOM $AM = 14$ (по условию), $MO \perp AB$ и $\angle A = 30° \Rightarrow MO = \frac{1}{2}AM = 7$.

Ответ: 7.

Ответы

Таблица 1

1. $AC = 10$, $CB = 4$. **2.** $MK = 9$, $KN = 12$. **3.** $RK = 16$, $KS = 8$. **4.** $ME = 6$, $ER = 18$. **5.** $AM = 11$, $MB = 5$. **6.** $TF = 24$, $ET = 8$. **7.** 3. **8.** $ME = 3$, $EF = 4$. **9.** 18. **10.** 18. **11.** 8. **12.** $AD = CB = 3$.

Таблица 2

1. $\angle AOC = 28°$, $\angle BOC = 112°$. **2.** $\angle AOB = 150°$, $\angle BOC = 30°$. **3.** 70°. **4.** $\angle AOB = 60°$, $\angle BOC = 90°$. **5.** $\angle AOB = 80°$, $\angle AOC = 20°$. **6.** $\angle AOB = 100°$, $\angle BOC = 20°$. **7.** $\angle AOB = 140°$, $\angle BOD = 20°$. **8.** $\angle AOB = 140°$, $\angle AOD = 20°$. **9.** $\angle COD = 90°$, $\angle BOD = 110°$, $\angle AOC = 130°$. **10.** $\angle AOD = 50°$, $\angle AOC = 105°$. **11.** $\angle BOD = 80°$, $\angle AOC = 80°$, $\angle BOC = 40°$. **12.** $\angle BOD = 30°$, $\angle AOD = 90°$. **13.** $\angle AOC = 70°$, $\angle AOD = 35°$, $\angle BOC = 20°$. **14.** $\angle BOD = 65°$, $\angle COD = 20°$. **15.** $\angle COD = 30°$, $\angle AOD = 30°$. **16.** $\angle AOC = 110°$, $\angle BOC = 40°$. **17.** $\angle BOC = 115°$, $\angle AOC = 35°$. **18.** $\angle AOD = 40°$, $\angle COD = 60°$.

Таблица 3

1. $\angle bc = 120°$, $\angle ac = 60°$. **2.** $\angle mp = 30°$, $\angle pn = 150°$. **3.** 20°. **4.** 60°. **5.** $\angle mk = 35°$, $\angle mp = 145°$. **6.** $\angle ac = 130°$, $\angle bc = 50°$. **7.** $\angle ml = 150°$, $\angle lk = 30°$. **8.** $\angle ac = 20°$, $\angle bc = 160°$. **9.** $\angle AOC = 50°$, $\angle BOC = 130°$. **10.** $\angle KON = 30°$, $\angle MOK = 150°$. **11.** $\angle MOK = 36°$, $\angle MOP = 144°$. **12.** $\angle POL = 36°$, $\angle KOP = 144°$. **13.** $\angle AOD = 140°$, $\angle COD = 40°$. **14.** $\angle MOE = 40°$, $\angle NOF = 70°$. **15.** $\angle AOC = 70°$, $\angle BOD = 40°$. **16.** $\angle ROS = 105°$, $\angle SOK = 75°$.

Таблица 4

1. 145°. **2.** $\angle mn = 40°$, $\angle mn_1 = 140°$, $\angle m_1n_1 = 40°$. **3.** $\angle ab_1 = 130°$, $\angle ab = 50°$. **4.** $\angle mn = 20°$, $\angle mn_1 = 160°$. **5.** $\angle ab = 45°$, $\angle a_1b = 135°$. **6.** $\angle 1 = \angle 3 = 25°$, $\angle 2 = \angle 4 = 155°$. **7.** $\angle 1 = \angle 3 = 40°$, $\angle 2 = \angle 4 = 140°$. **8.** $\angle 1 = \angle 3 = 50°$, $\angle 2 = \angle 4 = 130°$. **9.** $\angle 1 = \angle 3 = 140°$, $\angle 2 = \angle 4 = 40°$. **10.** $\angle 1 = 145°$, $\angle 2 = 35°$. **11.** $\angle 1 = 120°$, $\angle 2 = 60°$. **12.** $\angle 1 = 130°$, $\angle 2 = 50°$. **13.** $\angle 1 = 120°$, $\angle 2 = 60°$. **14.** $\angle 1 = 150°$, $\angle 2 = 30°$. **15.** $\angle 1 = 140°$, $\angle 2 = 40°$. **16.** $\angle 1 = 150°$, $\angle 2 = 30°$.

Таблица 6

1. 32. **2.** $MK = NK = 12$. **3.** $MR = MK = RK = 15$. **4.** $KE = 11$, $KF = 11$. **5.** 9. **6.** $AB = 14$, $AC = BC = 10$. **7.** $MN = 14$, $MK = KN = 10$. **8.** $MN = 12$, $MK = 15$. **9.** $AB = 6$, $AC = 12$. **10.** 48. **11.** 8. **12.** 16. **13.** 36. **14.** $MN = 24$, $EF = 16$. **15.** $RK = 13$, $RS = 10$. **16.** 36.

Таблица 7

1. 40°. **2.** 70°. **3.** 60°. **4.** 60°. **5.** 40°. **6.** 50°. **7.** 120°. **8.** 35°. **9.** 80°. **10.** 130°. **11.** 120°. **12.** 60°. **13.** 105°. **14.** 135°. **15.** 40°. **16.** 120°.

Таблица 8

1. $\angle B = \angle C = 55°$. **2.** $O_1A = 6$, $O_2B = 12$. **3.** 14. **4.** $\angle M = 32°$, $\angle MON = 116°$, $\angle MNO = 32°$. **5.** $\angle K = 10°$, $\angle KON = 80°$, $\angle MON = 100°$. **6.** 75°. **7.** 40°. **8.** $\angle OME = 30°$, $\angle MOE = 60°$, $\angle MEO = 90°$.

Таблица 10

1. $\angle 1 = 120°$, $\angle 2 = 60°$. **2.** $\angle 1 = 50°$, $\angle 2 = 130°$. **3.** $\angle 1 = 110°$, $\angle 2 = 70°$. **4.** $\angle 1 = \angle 2 = 80°$. **5.** 55°. **6.** $\angle 1 = \angle 2 = 50°$, $\angle 3 = 130°$. **7.** 70°. **8.** 55°. **9.** $\angle 1 = 120°$, $\angle 2 = 60°$. **10.** $\angle 1 = 150°$, $\angle 2 = 30°$. **11.** $\angle 1 = 50°$, $\angle 2 = 130°$. **12.** $\angle 1 = 40°$, $\angle 2 = 140°$. **13.** 70°. **14.** $\angle 1 = \angle 3 = 50°$, $\angle 2 = 60°$. **15.** $\angle ABC = 60°$, $\angle ABN = 150°$. **16.** $\angle M = 30°$, $\angle N = \angle FKN = 60°$.

Таблица 11

1. $\angle B = 110°$. **2.** $\angle N = 40°$. **3.** $\angle L = \angle K = 70°$. **4.** $\angle A = \angle B = \angle C = 60°$. **5.** $\angle M = \angle N = 45°$. **6.** $\angle A = 60°$, $\angle C = 90°$. **7.** $\angle BAC = 25°$, $\angle B = 65°$, $\angle C = 90°$. **8.** $\angle T = 70°$, $\angle TLK = 45°$. **9.** $\angle A = \angle B = 60°$, $\angle ACB = 60°$. **10.** $\angle M = \angle N = 75°$, $\angle MKN = 30°$. **11.** $\angle CAB = 40°$, $\angle C = 30°$, $\angle ABC = 110°$. **12.** $\angle PKE = 40°$, $\angle KPE = 60°$, $\angle E = 80°$. **13.** $\angle A = \angle B = 45°$, $\angle ACB = 90°$, $\angle ACD = \angle BCD = 45°$. **14.** $\angle A = \angle ABM = \angle AMB = 60°$, $\angle AMK = \angle BMK = 30°$, $\angle AKM = \angle BKM = 90°$. **15.** $\angle K = \angle N = 45°$, $\angle KMN = 90°$, $\angle KMT = \angle NMT = 45°$, $\angle KTM = \angle NTM = 90°$. **16.** $\angle R = 35°$, $\angle RKS = 70°$, $\angle RLK = 110°$, $\angle KLS = 70°$.

Таблица 12

1. 8. **2.** 7. **3.** $\angle K = 30°$, $\angle R = 60°$. **4.** $\angle M = \angle N = 45°$. **5.** $\angle A = 60°$, $\angle ABC = 30°$. **6.** 14. **7.** 10. **8.** $FM = 15$, $\angle F = \angle FEM = 45°$. **9.** $\angle A = 60°$, $\angle B = 30°$. **10.** $\angle A = 60°$, $\angle B = 30$. **11.** $RM = 34$, $RK = 17$. **12.** 18. **13.** $RS = 12$, $SP = 24$. **14.** $AC = 20$, $BD = 30$. **15.** $ME = 10$, $EK = 30$. **16.** 110°.

Таблица 14

1. 9. **2.** 15. **3.** 10,5. **4.** 12. **5.** 13. **6.** 6. **7.** 7. **8.** 7.

СОДЕРЖАНИЕ

EAC

0+

Учебное издание

Балаян Эдуард Николаевич

ГЕОМЕТРИЯ

Задачи на готовых чертежах для подготовки к ОГЭ и ЕГЭ

(базовый уровень)

7 класс

Ответственный редактор *С. Осташов*
Технический редактор *Л. Багрянцева*

Формат 70×100/16. Бумага офсетная.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 15,48. Тираж 3000 экз.
Заказ № 11451.

ООО «Феникс»
344011, Россия, Ростовская обл., г. Ростов-на-Дону, ул. Варфоломеева, 150

Сайт издательства: **www.phoenixrostov.ru**
Интернет-магазин: **www.phoenixbooks.ru**

Изготовлено в России
Дата изготовления: 01.2018.

Изготовитель: АО «Первая Образцовая типография»
филиал «УЛЬЯНОВСКИЙ ДОМ ПЕЧАТИ»
432980, Россия, Ульяновская обл.,
г. Ульяновск, ул. Гончарова, 14

Э. Н. Балаян

ГЕОМЕТРИЯ

Задачи на готовых чертежах для подготовки к ОГЭ и ЕГЭ (профильный уровень) 7 класс

Предлагаемое вниманию читателя пособие содержит около 300 задач и упражнений профильного уровня по всем основным темам программы геометрии для 7 класса, скомпонованных в 14 таблицах на готовых чертежах.

Эти упражнения дают возможность учителю в течение минимума времени проработать и повторить с учащимися значительно больший объем материала, тем самым наращивать темп работы на уроках.

Кроме того, приводятся краткие теоретические сведения по курсу геометрии 7 класса, сопровождаемые определениями, теоремами, основными свойствами. К наиболее трудным задачам приведены решения и указания.

Пособие адресовано учителям математики, репетиторам, студентам — будущим учителям, учащимся общеобразовательных школ, лицеев, колледжей, а также выпускникам для эффективной подготовки к ОГЭ и ЕГЭ.

Вышли в свет

Э. Н. Балаян

ГЕОМЕТРИЯ

Задачи на готовых чертежах
для подготовки к ОГЭ и ЕГЭ
7–9 классы

Предлагаемое вниманию читателя пособие содержит более 1000 разноуровневых задач и упражнений по основным темам программы геометрии (планиметрии) 7–9 классов, скомпонованных в 3 комплекта по готовым чертежам. 7 класс содержит 12 таблиц, 8 класс — 25, 9 — 12 таблиц.

Эти упражнения дают возможность учителю в течение минимума времени решить и повторить значительно больший объем материала, тем самым наращивать темп работы на уроках.

Кроме того, приводятся краткие теоретические сведения по курсу геометрии 7–9 классов, сопровождаемые определениями, теоремами, основными свойствами и необходимыми справочными материалами. К наиболее трудным задачам приведены решения и указания.

Пособие адресовано учителям математики, репетиторам, студентам — будущим учителям, учащимся общеобразовательных школ, лицеев, колледжей, а также выпускникам для подготовки к ОГЭ и ЕГЭ.