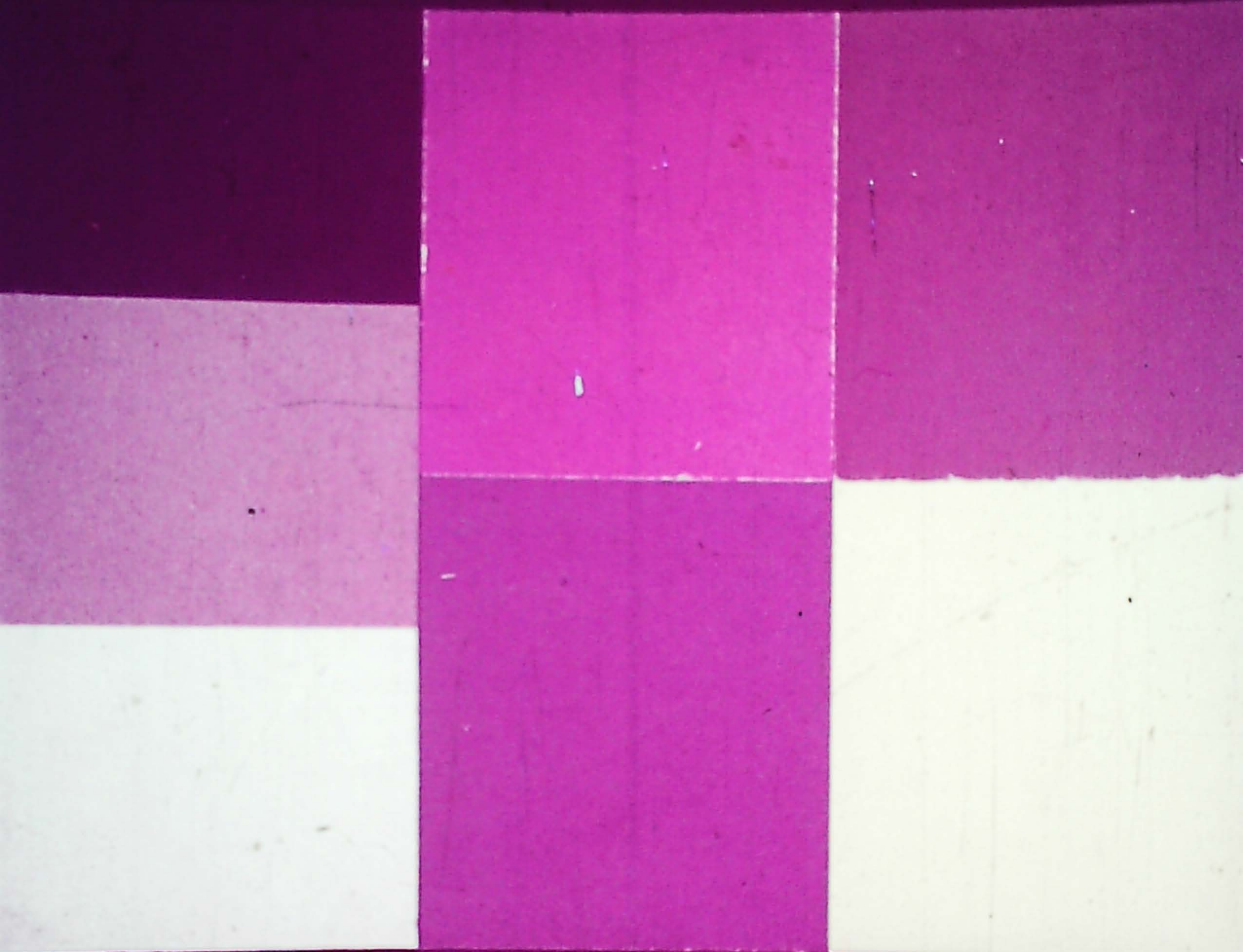


1972 г.

5 0 2

МРТУ 19 №: 183--65

6

1

диафильм

07–3–140

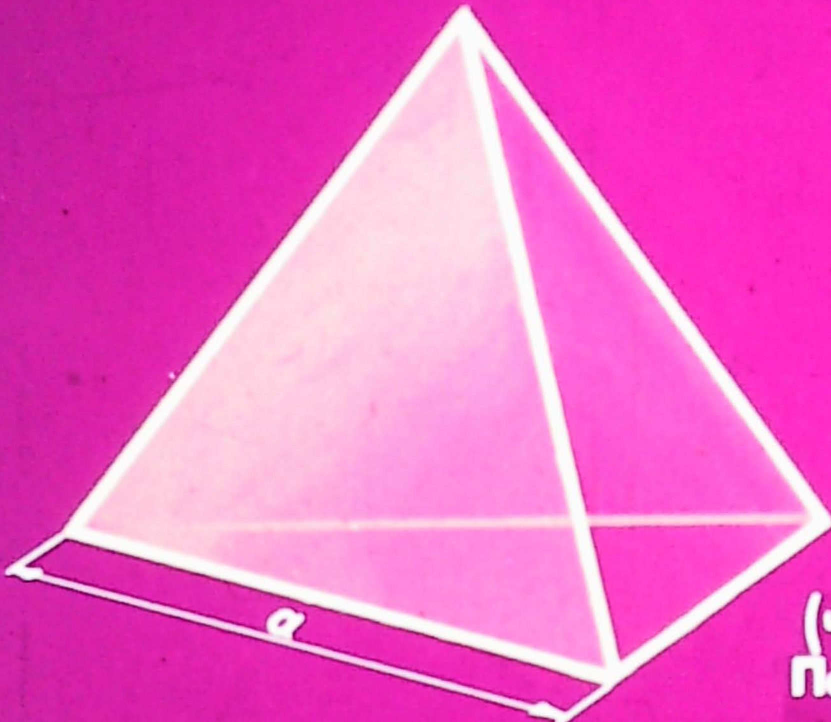
По заказу Министерства просвещения РСФСР

ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ

Диафильм по математике для 10 класса.

Многогранник называется правильным, если он выпуклый, грани его — правильные и равные между собой многоугольники и все его многогранные углы равны между собой.

Правильных многоугольников бесконечно много, а вот правильных многогранников существует только пять.



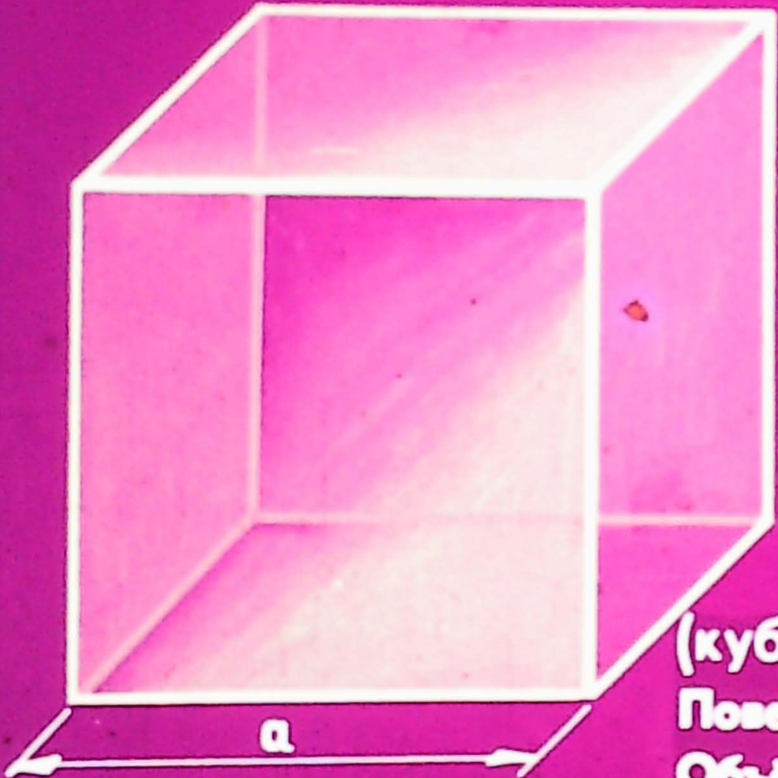
Тетраэдр
(четырёхгранник).

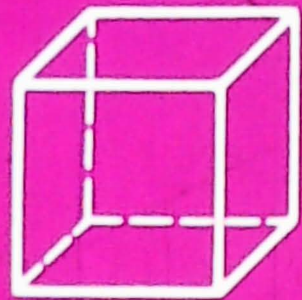
Поверхность $S = a^2\sqrt{3}$

Объём $V = \frac{a^3}{12}\sqrt{2}$

Радиус описанного шара $R = \frac{a}{4}\sqrt{6}$

Радиус вписанного шара $r = \frac{a}{12}\sqrt{6}$





Гексаэдр
(куб, шестигранник).

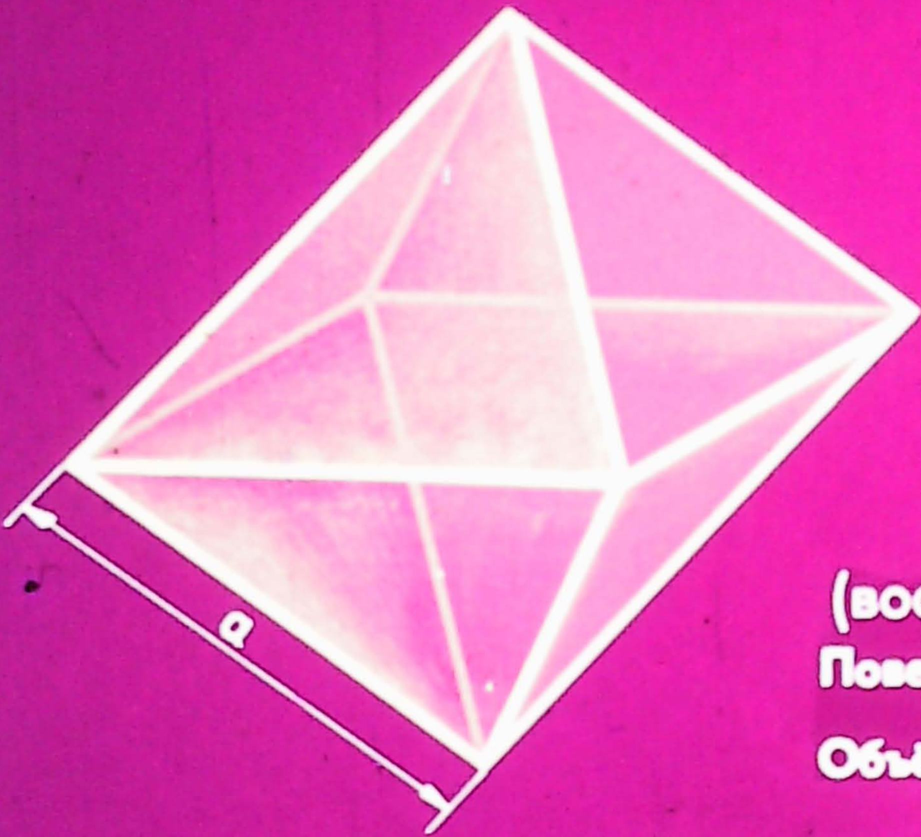
Поверхность $S=6a^2$

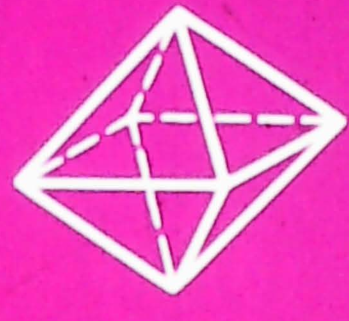
Объём $V=a^3$

Радиус описанного шара $R=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Радиус вписанного шара $r=\frac{a}{2}$

4





Октаэдр

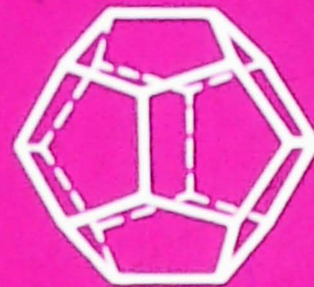
(восьмигранник).

Поверхность $S = 2a^2\sqrt{3}$

Объём $V = \frac{a^3}{3}\sqrt{2}$

Радиус описанного шара $R = \frac{a}{2}\sqrt{2}$

Радиус вписанного шара $r = \frac{a}{6}\sqrt{6}$



Додекаэдр
(двенадцатигранник).

Поверхность $S = 3a^2 \sqrt{25 + 10\sqrt{5}}$

Объём $V = \frac{a^3}{4}(15 + 7\sqrt{5})$

Радиус описанного шара $R = \frac{a}{4}(\sqrt{3} + \sqrt{15})$

Радиус вписанного шара $r = \frac{a}{4}\sqrt{\frac{50 + 22\sqrt{5}}{5}}$

6

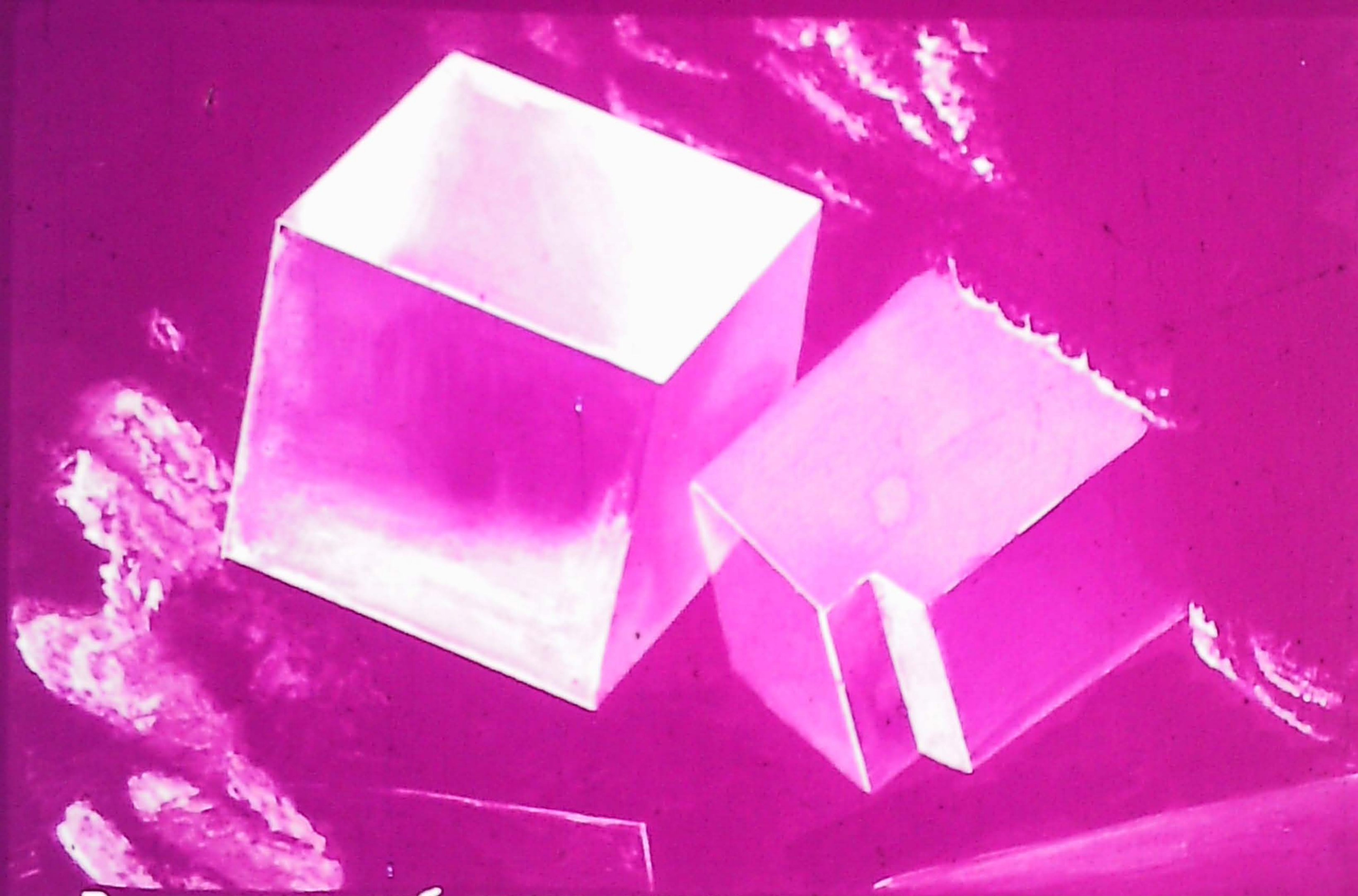
Икосаэдр (двадцатигранник).

Поверхность $S=5a^2\sqrt{3}$

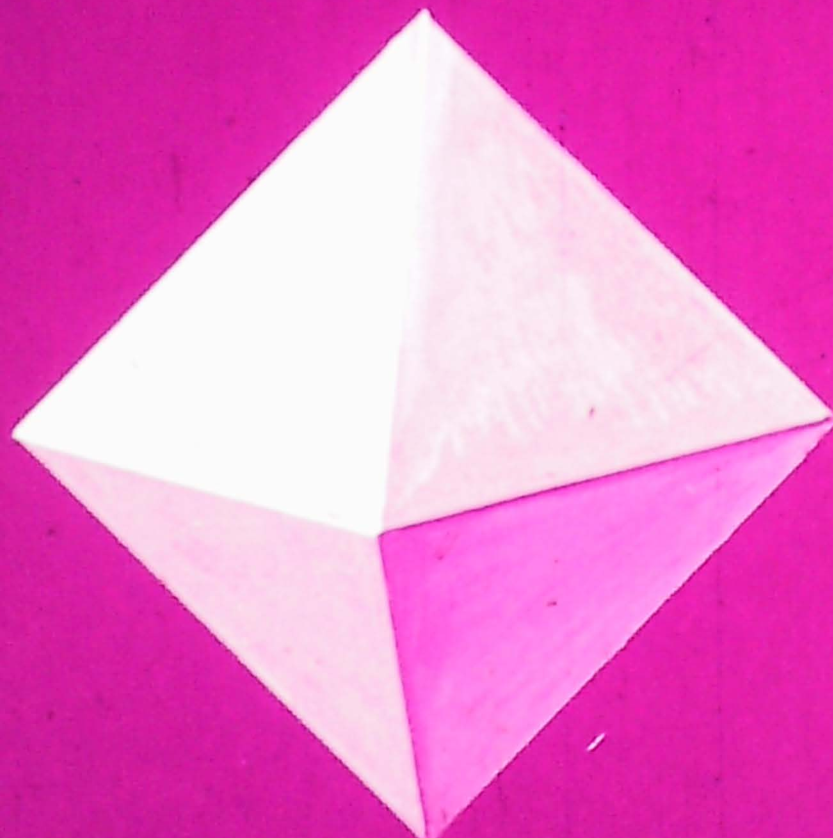
Объём $V=\frac{5}{12}a^3(3+\sqrt{5})$

Радиус описанного шара $R=\frac{a}{4}\sqrt{2(5+\sqrt{5})}$

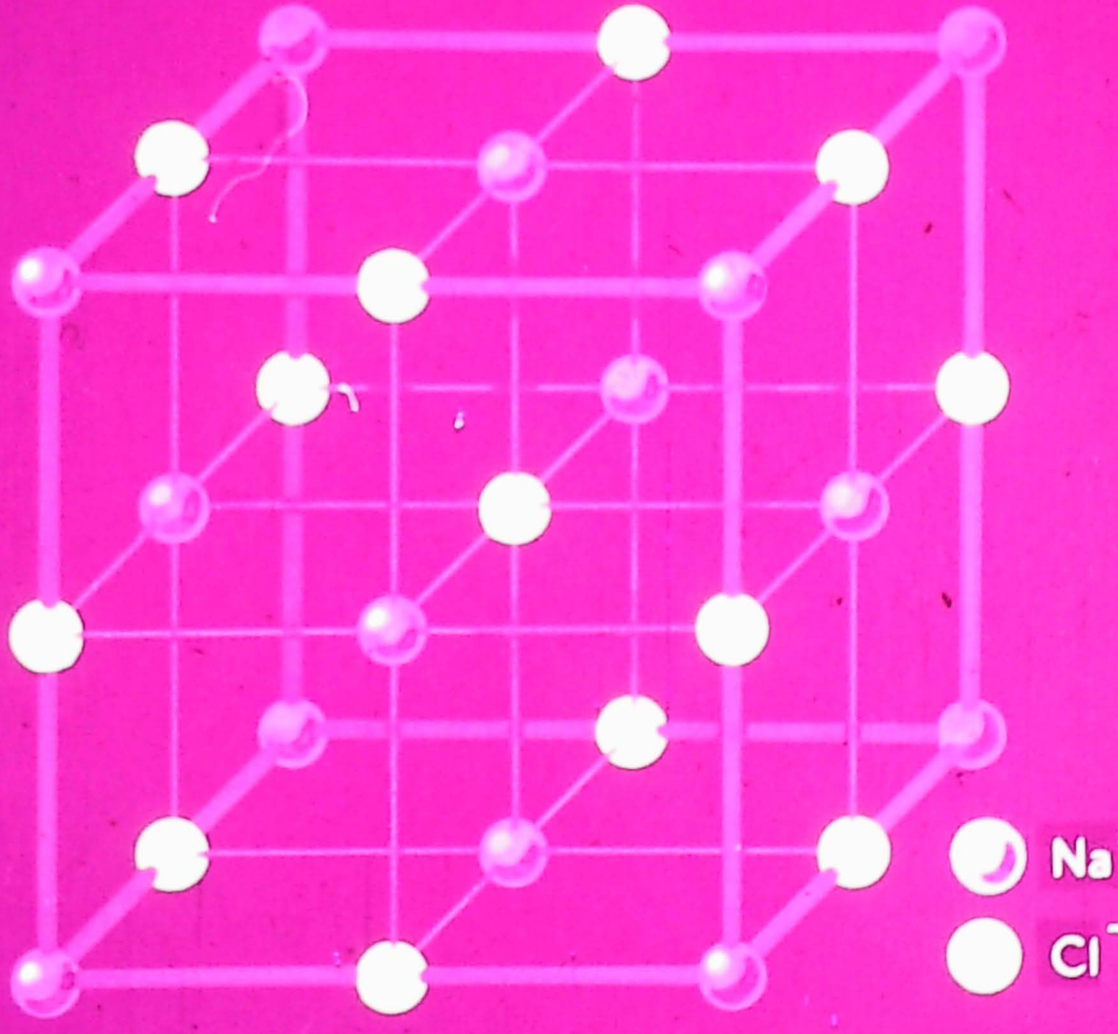
Радиус вписанного шара $r=\frac{a}{12}(\sqrt{3}+\sqrt{15})$



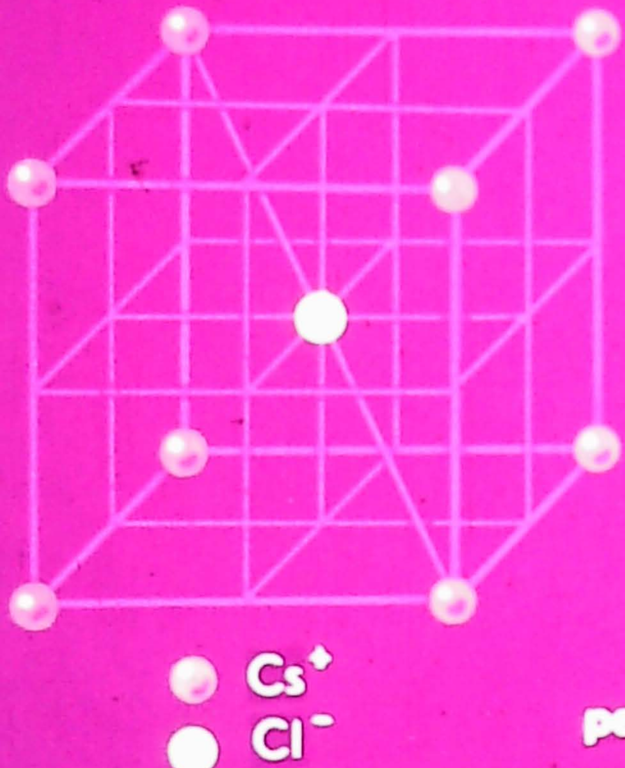
В природе куб встречается в виде кристаллов поваренной соли ($NaCl$).



Форму октаэдра имеют кристаллы квасцов.



Решётка хлористого натрия.



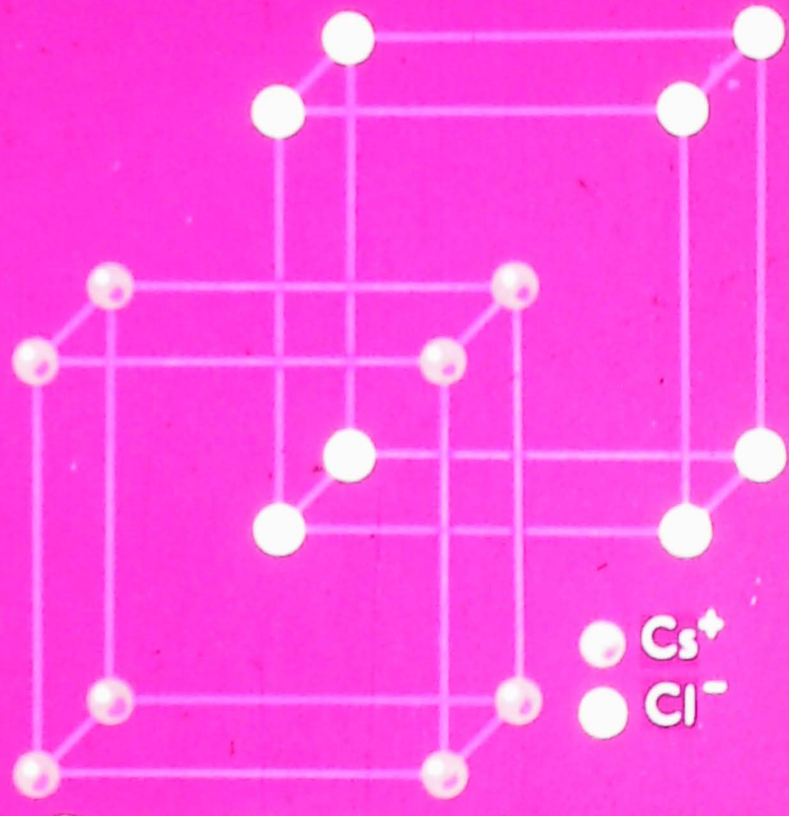
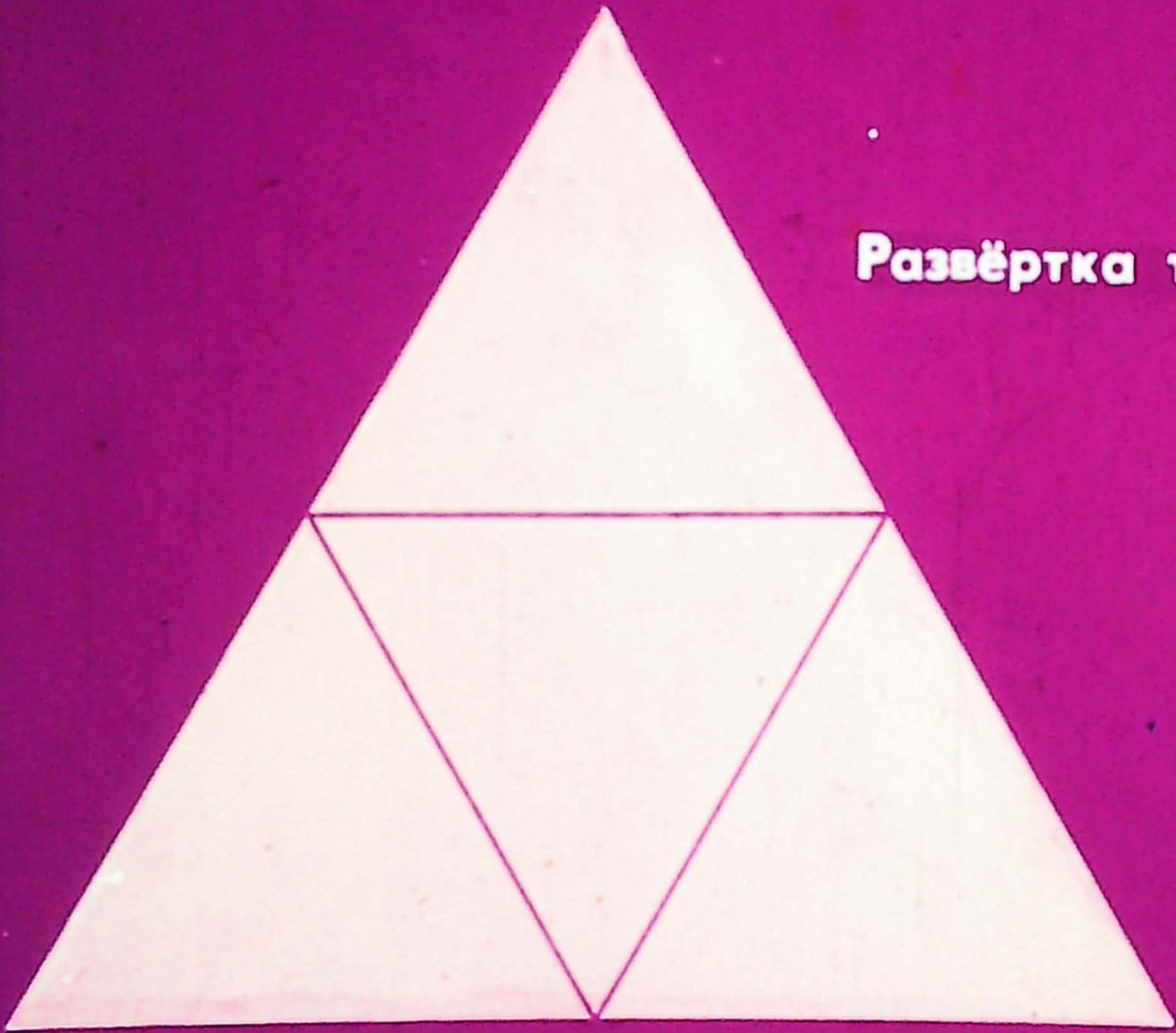


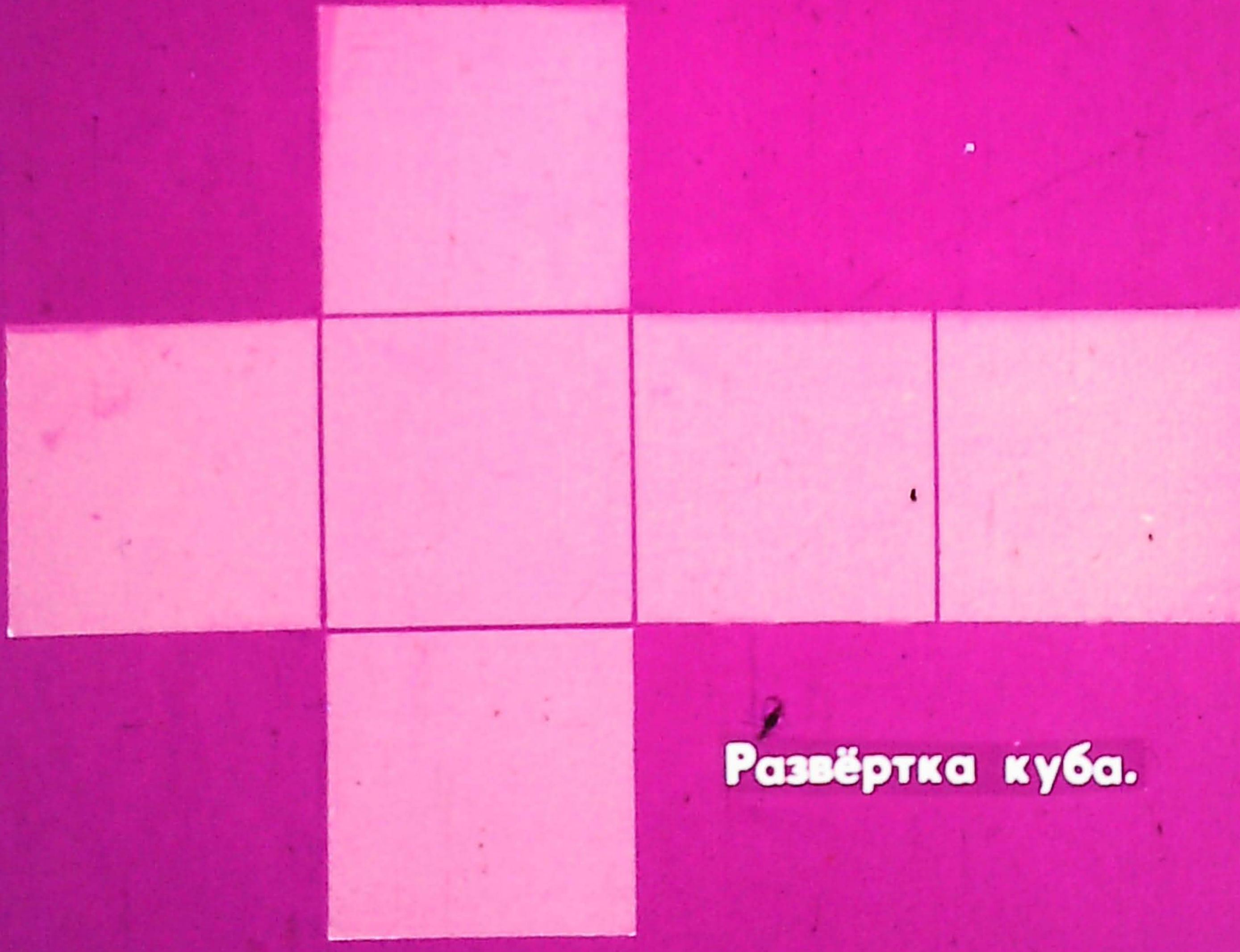
Схема образования решётки хлористого цезия

Объёмно-центрированная кубическая решётка хлористого цезия (Cs Cl).

На следующих кадрах показаны развёртки всех пяти правильных многогранников. По этим развёрткам можно изготовить выкройки для склеивания моделей многогранников.

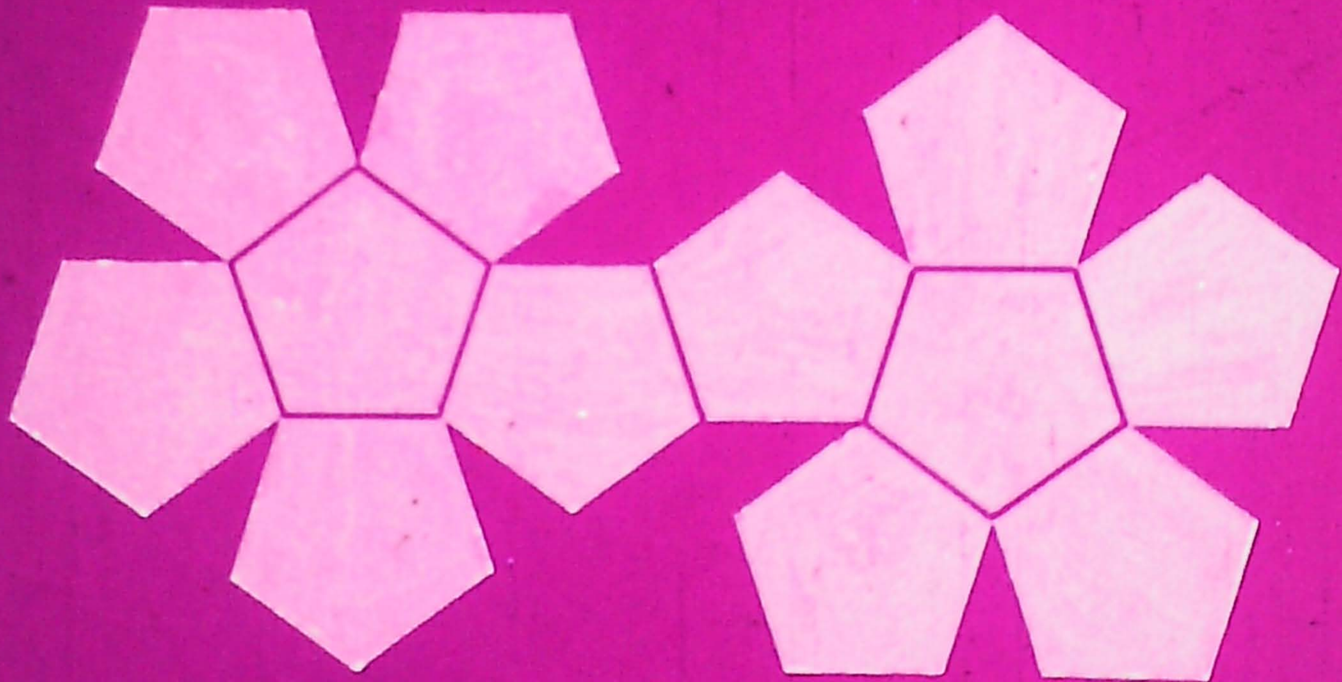


Развёртка тетраэдра.

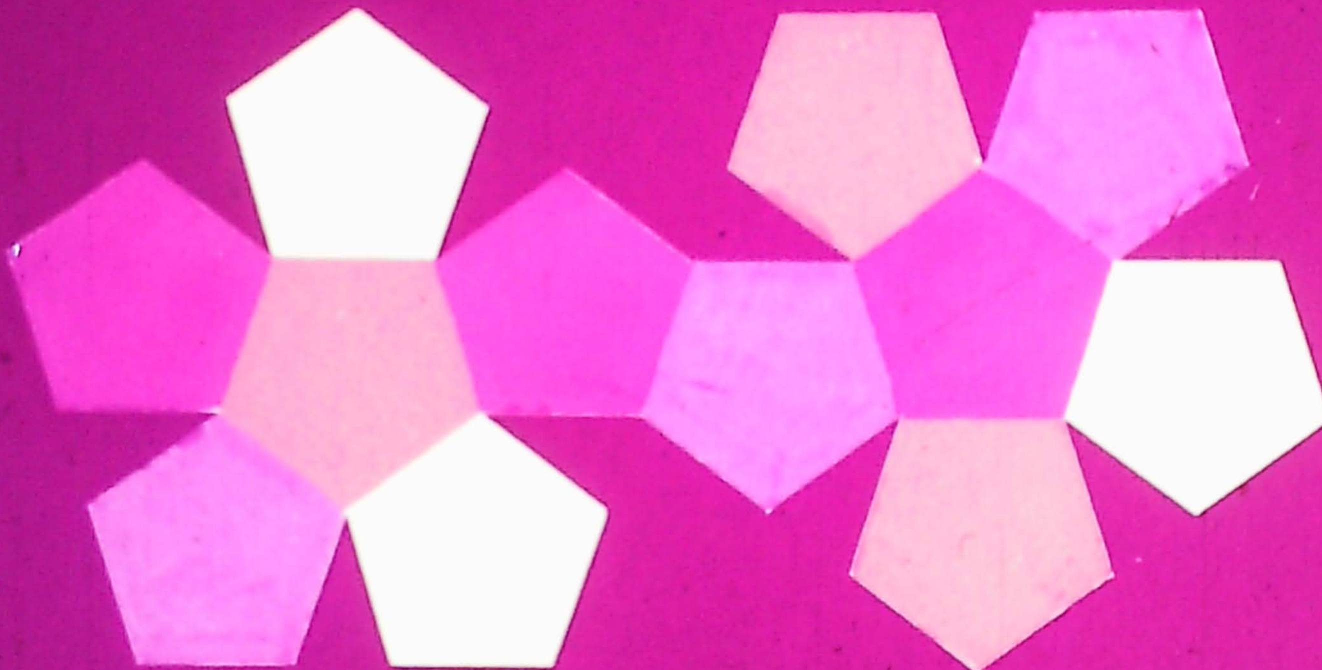


Развёртка куба.

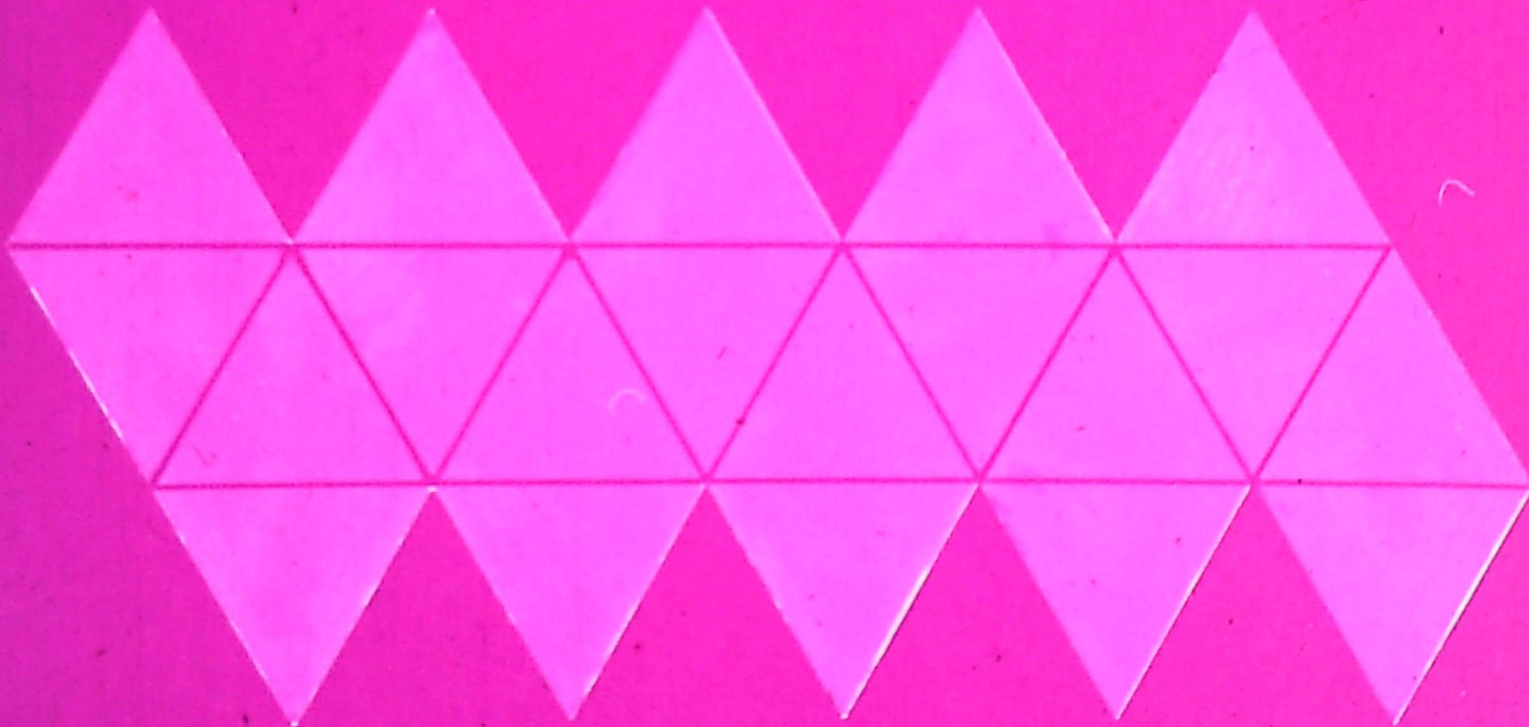
Развёртка октаэдра.



Развёртка додекаэдра.

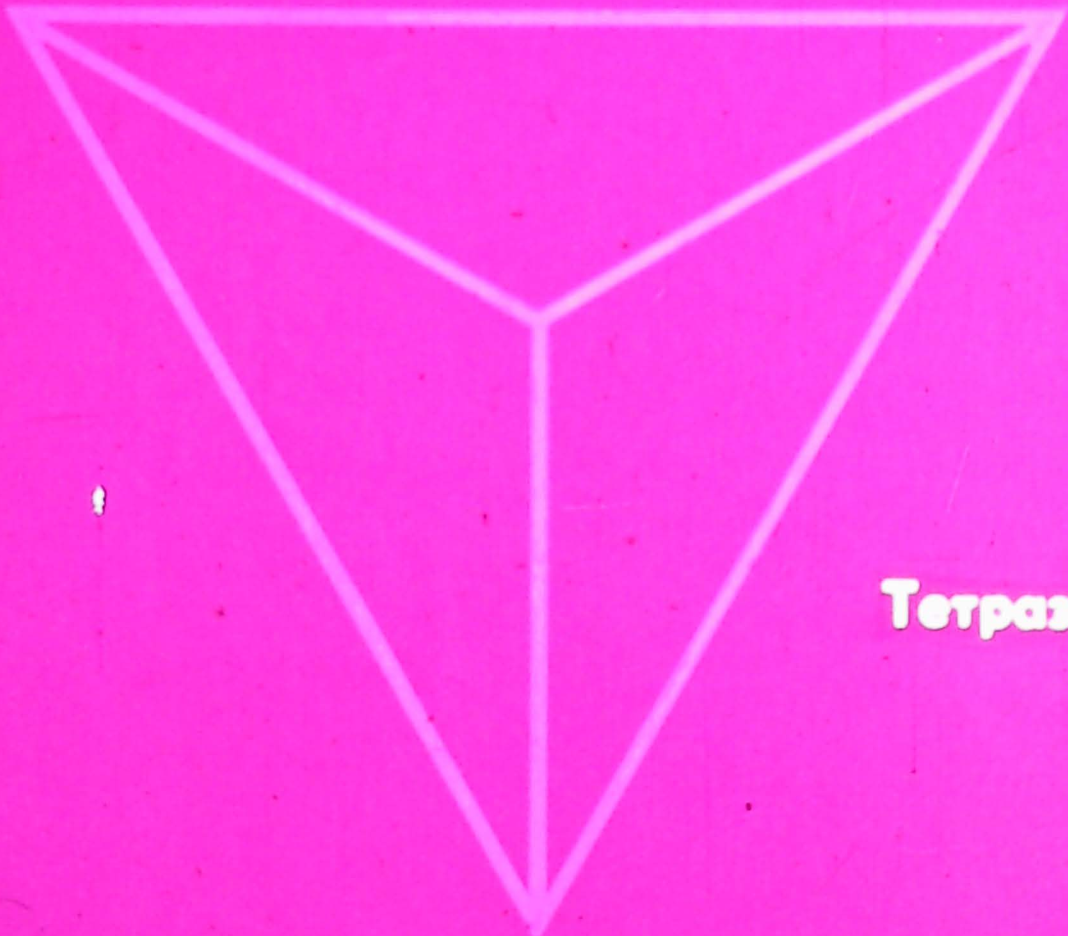


Если раскрасить грани додекаэдра так, чтобы любые две смежные грани были различных цветов, то достаточно всего четырёх красок. (Есть только два существенно различных способа распределения четырёх красок по граням додекаэдра).

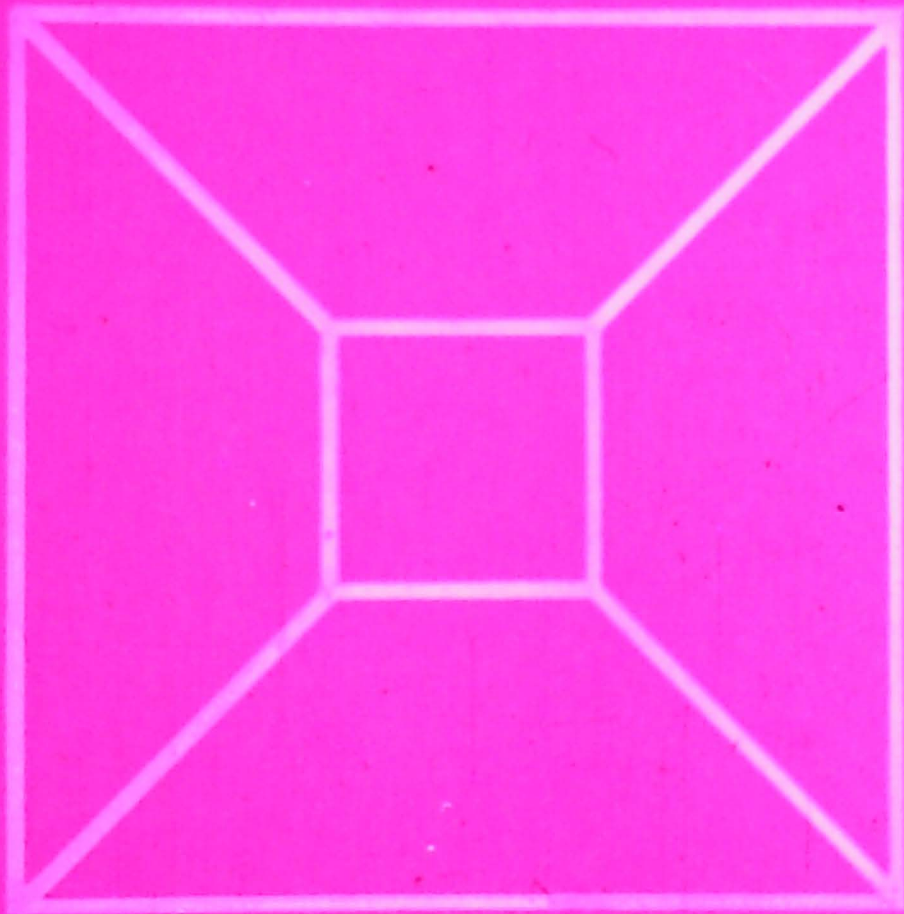


Развёртка икосаэдра.

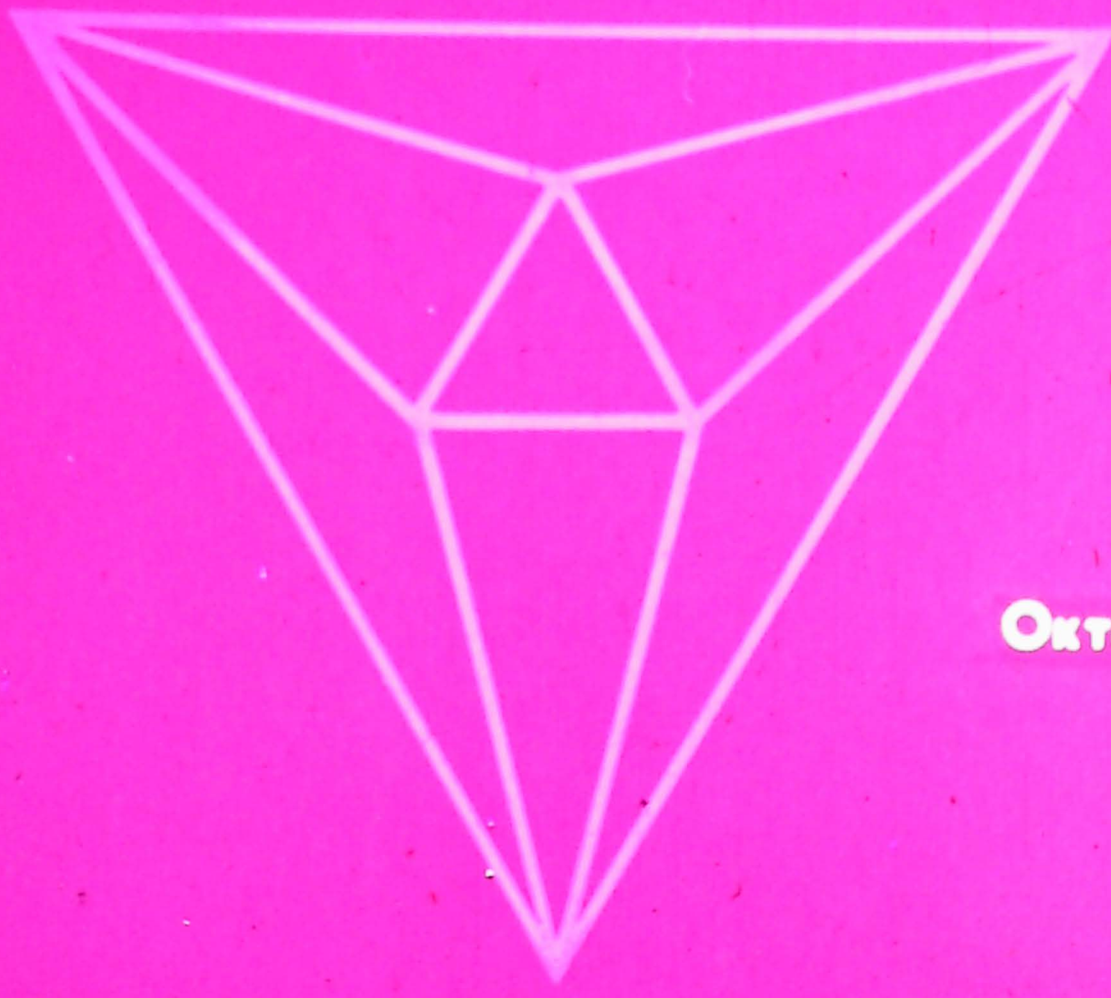
Покажем изображения правильных многогранников, выполненные способом центрального проектирования. Такую же картину мы бы увидели, если бы удалили одну из граней многогранника и в образовавшуюся дыру рассматривали его внутренность.



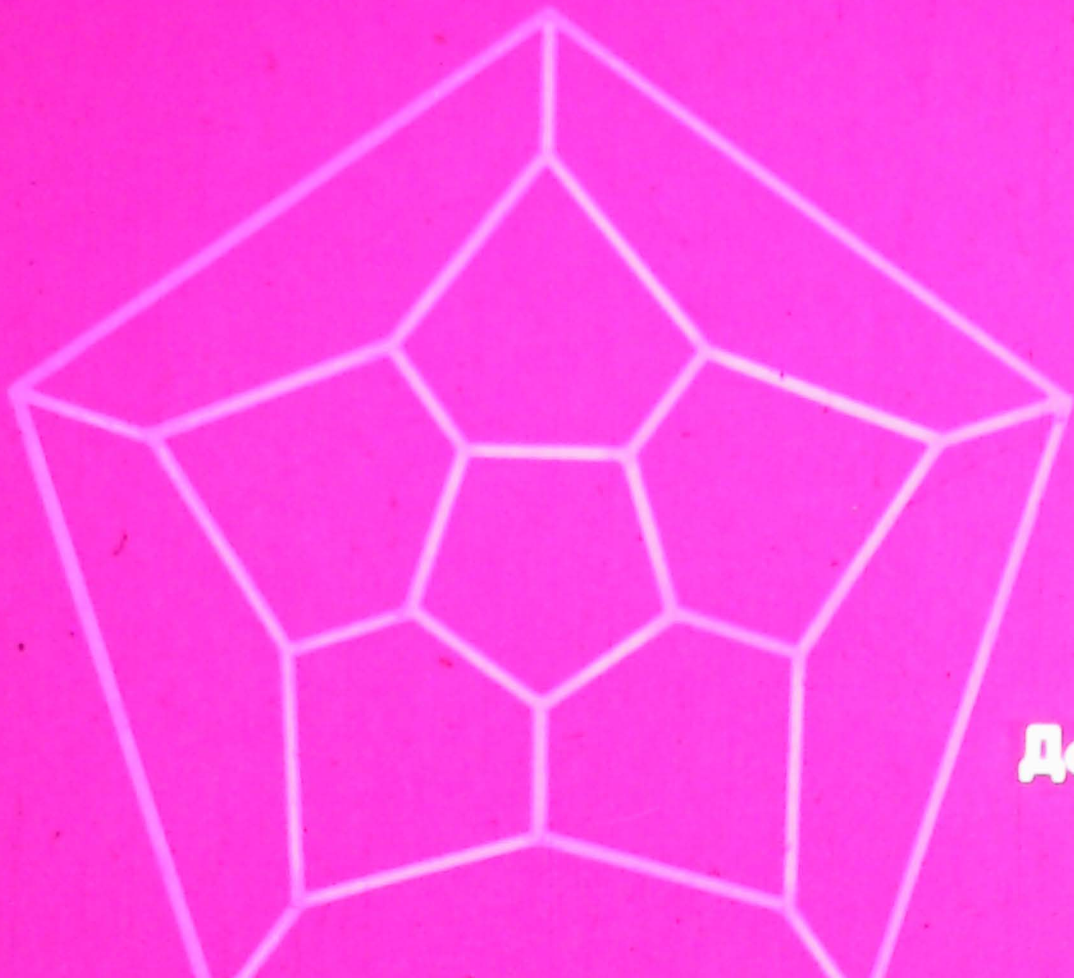
Тетраэдр.



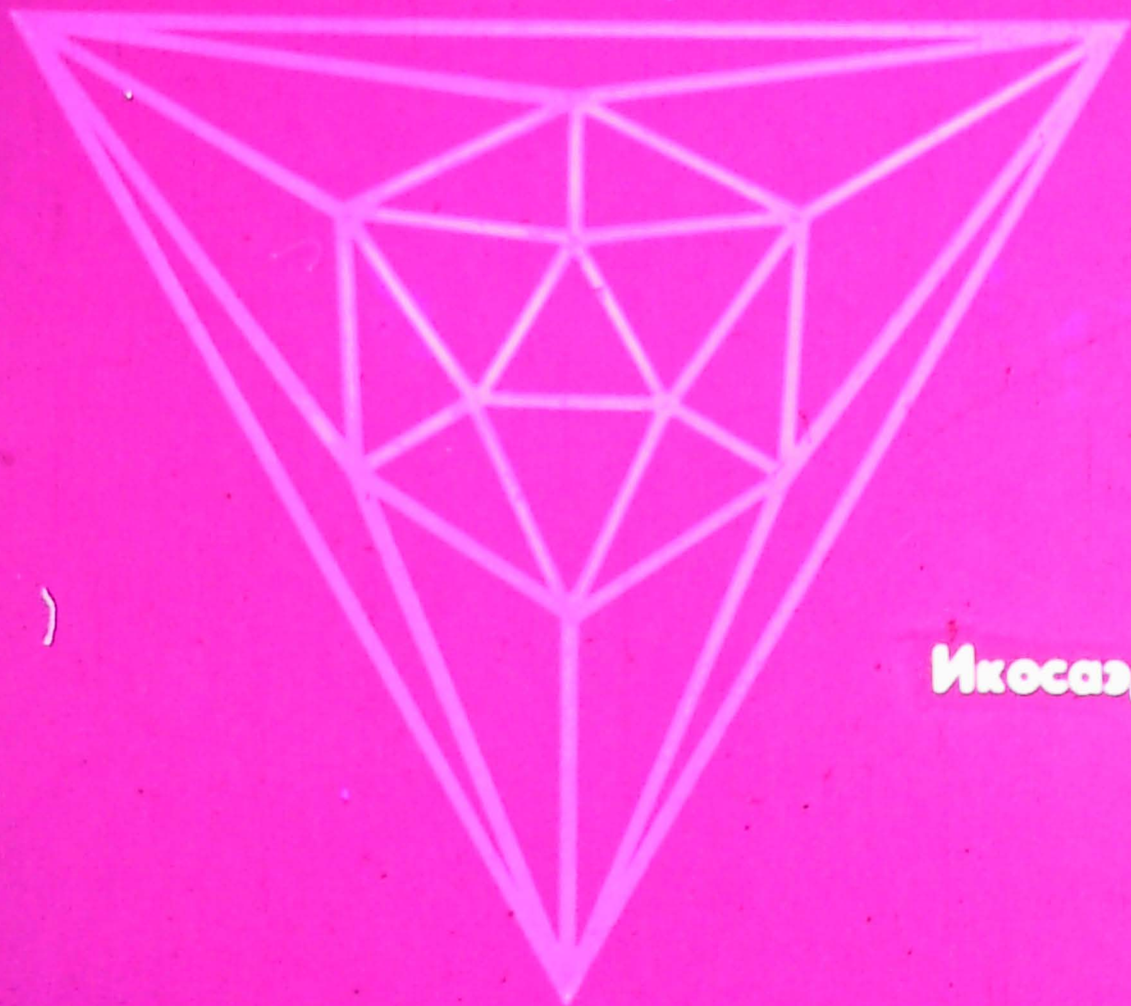
Гексаэдр.



Октаэдр.



Додекаэдр.



Икосаэдр.

Обобщающая таблица

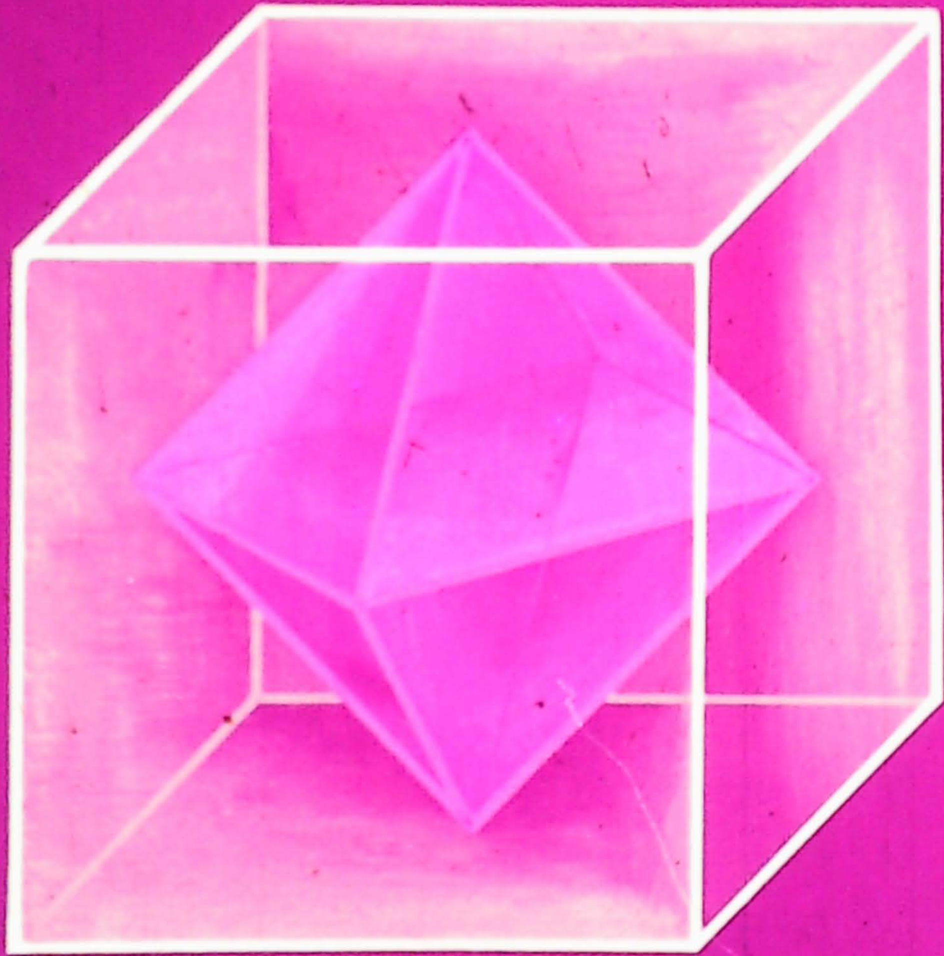
Название многогранника	Форма граней	Число вершин (В)	Число граней (Г)	Число ребер (Р)
Тетраэдр	треугольник	4	4	6
Гексаэдр	квадрат	8	6	12
Октаэдр	треугольник	6	8	12
Додекаэдр	пятиугольник	20	12	30
Икосаэдр	треугольник	12	20	30

Проверьте справедливость формулы Эйлера:

$$В + Г = Р + 2$$

Если центры граней одного правильного многогранника служат вершинами другого и если можно вписать первый многогранник так, чтобы его вершины лежали в центрах граней второго, то они составляют пару взаимных многогранников.

У взаимных многогранников число вершин одного из них равно числу граней другого — и наоборот, а число рёбер одно и то же.

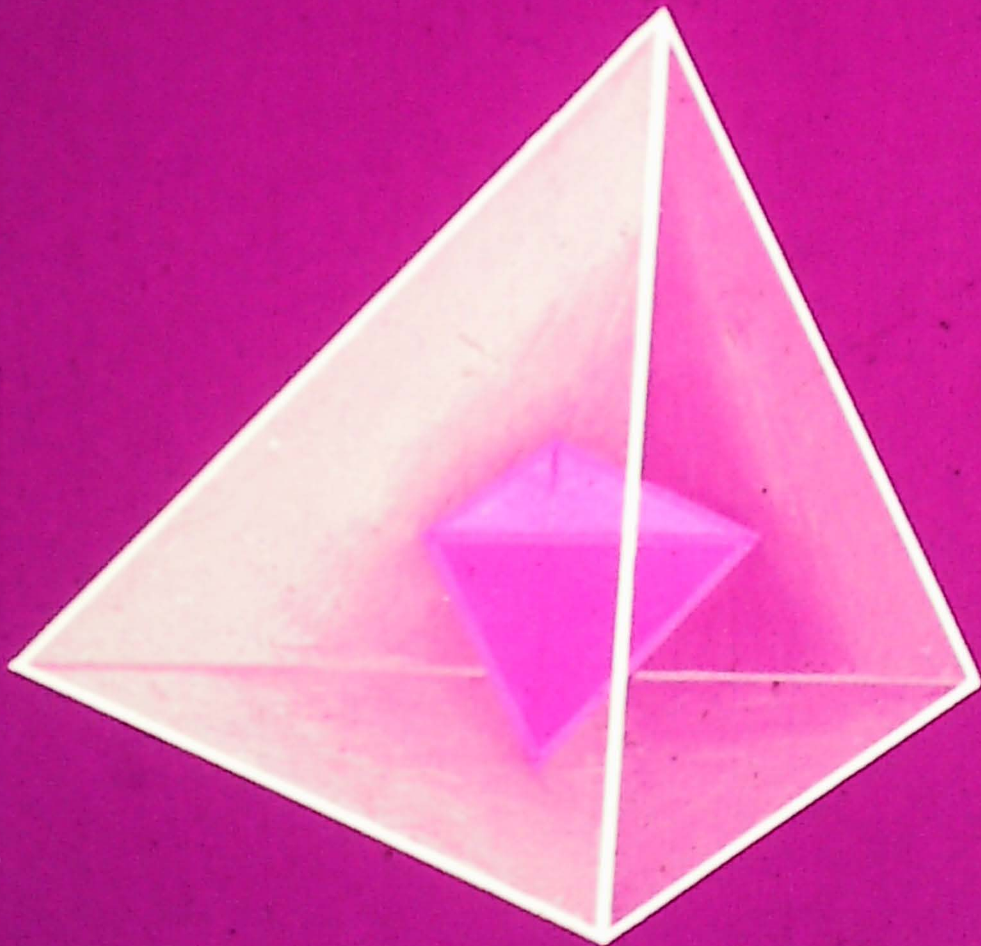


Куб и октаэдр—два взаимных многогранника.

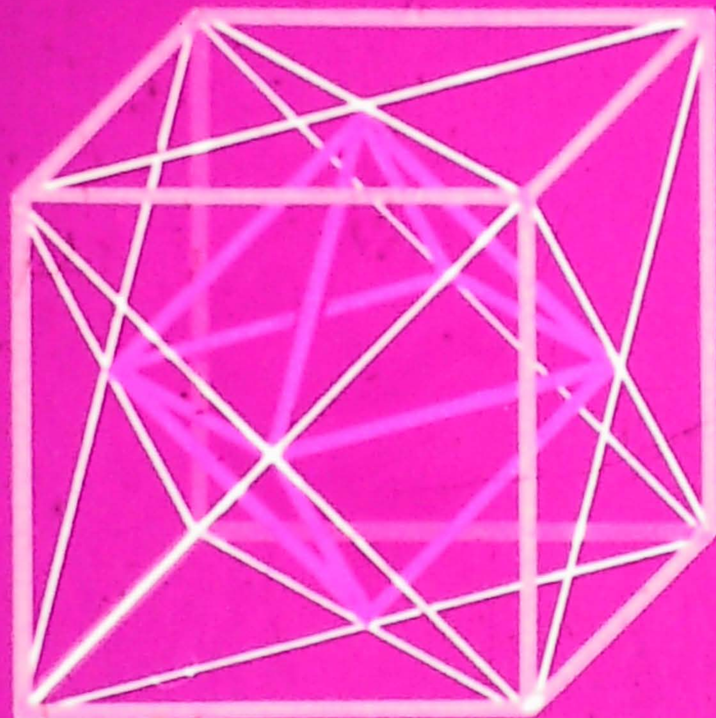
Октаэдр и куб—два взаимных многогранника.

Икосаэдр и додекаэдр—два взаимных многогранника.

Додекаэдр и икосаэдр—два взаимных многогранника.



Тетраэдр взаимен самому себе.



Каждый из правильных многогранников можно получить соответствующими сечениями куба плоскостями. Например, октаэдр можно получить как тело, ограниченное плоскостями, проходящими через каждые три вершины куба, лежащие в концах каждой тройки ребер, сходящихся в одной вершине.

В куб можно вписать правильный тетраэдр так, что вершины тетраэдра будут являться вершинами куба, а рёбра тетраэдра будут служить диагоналями граней куба. (Возможны два различных вписанных в куб тетраэдра).

Куб можно вложить в додекаэдр. Оказывается, в каждый додекаэдр можно вложить куб пятью способами—так, что на каждой грани додекаэдра окажется по одному ребру каждого куба и в каждой вершине сойдутся по два куба.

Древние греки, в частности Евклид, считали правильные многогранники «венцом» всей геометрии. Они называли правильные многогранники идеальными геометрическими телами.

КОНЕЦ

Автор И. Вейцман
Чертежи и оформление С. Рогова
Редактор В. Чернина

Д-61-67

Студия «Диафильм», 1967 г.
Москва, Центр, Старосадский пер., д. № 7
Цветной 0-30